

1. CONTABILIDAD DE COSTOS

1.1 DEFINICIÓN

La contabilidad de costos es un sistema de información con el que se establece el costo incurrido al realizar un producto y la forma como fue generado, para cada una de las actividades en las que se desarrolla el proceso productivo.

1.2 DEFINICIÓN DE COSTO

Los costos representan erogaciones y cargos asociados clara y directamente con la adquisición o la producción de los bienes o la prestación de los servicios, de los cuales un ente económico obtendrá sus ingresos.

1.3 VENTAJAS DE LA CONTABILIDAD DE COSTOS

- Por medio de ella se establece el costo de los productos.
- Se controlan los costos generados en cada una de las fases en que se desarrolla el proceso productivo.
- Se mide en forma apropiada la ejecución y aprovechamiento de materiales.
- Se establece márgenes de utilidad para productos nuevos.
- Con ella se pueden elaborar proyectos y presupuestos.
- Facilita el proceso decisorio, porque por medio de ella se puede determinar cual será la ganancia y el costo de las distintas alternativas que se presentan, para así tomar una decisión.
- Se puede comparar el costo real de fabricación de un producto con un costo previamente establecido para analizar las desviaciones y poder generar mecanismos de control y facilitar la toma de decisiones.
- A través de ella es posible valuar los inventarios.

1.4 CLASIFICACIÓN DE LOS COSTOS

Desde el punto de vista que se mire, los costos pueden ser clasificados de diferentes formas, cada una de las cuales da origen a una técnica de costeo. A continuación se indica las clasificaciones más importantes, aclarando de antemano que no son las únicas, pero sí las más importantes.

1.4.1. Según su función

Costo de producción

Son los que se generan durante el proceso de transformar la materia prima en un producto final y se subdivide en:

- **Materia prima**

Es todo el material que hace parte integrante del producto terminado y se puede identificar de manera clara dentro del mismo. La materia prima se divide en dos grupos a saber:

Material directo: Es aquella parte del material que se puede identificar cuantitativamente dentro del producto terminado y cuyo importe es considerable.

Material indirecto: Es aquel material que no se identifica cuantitativamente dentro del producto o aquel que identificándose, no presenta un importe considerable.

Si se observa con detenimiento, para considerar la materia prima como material directo, se deben reunir dos condiciones que son: un importe considerable y saber cuánto de este material hay en cada unidad del producto terminado. Lo anterior obedece al tratamiento que se le da a cada uno de los materiales, ya que el material directo e indirecto tiene tratamiento distinto, como podrá observarse al desarrollar las distintas técnicas de costeo que se verán mas adelante. Por ejemplo, al hacer una hamburguesa, la materia prima es: sal, carne, y pan entre otros. Al hacer la clasificación en material directo e indirecto, se tiene lo siguiente:

Material directo: Carne y pan. Presentan un importe considerable y se sabe qué tanto de este material hay en cada unidad de producto terminado.

Material indirecto: Sal, que es un factor importante dentro del producto, pero es muy difícil determinar qué cantidad hay en cada unidad de producto terminado y en caso de saberlo, el costo es tan insignificante que no vale la pena considerarlo como material directo.

- **Mano de obra**

Es la remuneración en dinero o en especie que se da al personal que labora en la planta productora. Se divide en dos grupos a saber: mano de obra directa y, mano de obra indirecta.

Mano obra directa: Es la remuneración que se ofrece en dinero o en especie al personal que efectivamente ejerce un esfuerzo físico dentro del proceso de transformar la materia prima en un producto final. Como ejemplo están: El mecánico automotriz en el taller de mecánica; el cocinero en el restaurante; los operarios en la empresa metalmeccánica.

Mano obra indirecta: Es la remuneración del personal que laborando en la planta productora, no interviene directamente dentro de la transformación de la materia

prima en un producto final. Como ejemplo están: Supervisores, jefes de producción, aseadores de planta, vigilantes de planta, personal de mantenimiento.

- **Costos indirectos de fabricación**

Denominados también carga fabril, gastos generales de fábrica o gastos de fabricación. Son aquellos costos que intervienen dentro del proceso de transformar la materia prima en un producto final y son distintos al material directo y mano de obra directa. Dentro de ellos están:

Material indirecto
Mano obra indirecta
Servicios públicos
Arrendamientos
Depreciación maquinaria
Combustible
Implementos para aseo de fábrica

Gastos de administración

Son los gastos operacionales de administración ocasionados en el desarrollo del objeto social del ente económico. Se incluyen básicamente los aspectos relacionados con la gestión administrativa encaminada a la dirección, planeación, organización, incluyendo las actividades ejecutivas, financieras, comerciales y legales.

Gastos de distribución o ventas

Comprende los gastos ocasionados en el desarrollo principal del objeto social del ente económico y están directamente relacionados con las actividades de ventas. Se incluye básicamente los aspectos relacionados con: distribución, publicidad, promoción, mercadeo y comercialización.

En este punto es importante hacer una aclaración en el siguiente sentido: Nótese que los componentes del costo, según su función, en el fondo están generando la estructura del estado de resultados, como se pone de manifiesto enseguida.

Ventas
Costos de producción
Utilidad bruta operacional
Gastos de administración
Gastos de ventas
Utilidad operacional

Esta observación es importante, por cuanto ésta, sencillamente está dando claridad en el sentido de que al hacer el estado de resultados y determinar el costo de producción, éste

tiene que ser establecido mirando los costos desde su función, para así cumplir con la normatividad legal establecida en el decreto 2649 de 1993.

En el numeral 7 del plan único de cuentas, se puede ver con claridad que se están incluyendo todos los costos generados en la planta productora y los clasifica en tres grupos: Materia prima, mano obra y carga fabril, siendo la misma clasificación de los costos de producción según su función.

Esta clasificación de los costos, da origen a una técnica de costeo denominada *costeo total* o *absorbente*, de la cual se hablará más adelante.

1.4.2 De acuerdo con su identificación con una actividad, departamento o producto

Costo directo

Es el que se identifica plenamente con una actividad, departamento o producto.

Costo indirecto

Es el que no se puede identificar con una actividad determinada. Para clarificar los conceptos, observe con detenimiento los siguientes ejemplos:

El sueldo del supervisor del departamento de moldeado. Este es un costo directo para el departamento de moldeado e indirecto para el producto.

La depreciación de la maquinaria existente en el departamento de terminado, este costo es directo para el departamento e indirecto para el producto.

Por ejemplo, una empresa que se encarga de la confección de vestidos para hombre, los cuales son realizados en tres departamentos a saber: Corte, costura y acabado. Cada uno de estos departamentos cuenta con un supervisor y toda la planta está bajo la responsabilidad del jefe de producción. Se asume también que el proceso productivo se inicia con el corte del paño y del forro, por lo cual el material es recibido por el departamento de corte.

Si se toma como base la definición dada anteriormente y tratando de clasificar los siguientes costos en directos e indirectos se tendría con respecto al departamento:

Paño: Costo directo departamento de corte

Forro: Costo directo departamento de corte

Salario supervisor de acabado: Costo directo departamento de acabado

Salario jefe de producción: Costo indirecto

Servicios públicos: Costo indirecto

Arrendamiento: Costo indirecto

Si se clasifican los mismos costos anteriores, pero ahora respecto al producto, se tendría entonces lo siguiente:

Paño: Costo directo

Forro: Costo directo

Salario supervisor de acabado: Costo directo

Salario jefe de producción: Costo directo

Servicios públicos: Costos directos

Arrendamiento: Costo directo

En estos últimos tres casos debe tenerse presente que la empresa sólo fabrica vestidos para hombre, por lo tanto todos los costos incurridos son asignados a este producto.

Pero, si se asume ahora que la entidad produce vestidos para hombre y para dama. Bajo esta situación el arrendamiento, servicios públicos y salario del jefe de personal serían indirectos, porque no hay manera de asignar directamente el valor correspondiente a vestidos hombre y vestidos dama.

1.4.3 De acuerdo con el tiempo en que fueron calculados

Costos históricos

Son los que se incurren en un determinado periodo, por ejemplo: los costos de productos vendidos, costo de la producción en proceso.

Costos predeterminados

Son los que se establecen antes del hecho físico de la producción y pueden ser: estimados o estándar.

Cuando se contrata una obra o se solicita hacer un mueble, el contratista fija el valor de la obra o servicio, valor que incluye los costos más un margen que es la utilidad. Esto quiere decir que la persona debe establecer con anterioridad el costo para luego fijar el valor de la obra a contratar; por lo tanto, la persona utilizó la técnica de *costos predeterminados*. Si se toma como base para el cálculo las experiencias pasadas, tendría un costo estimado. Pero si fue realizado con todas las técnicas, determinando con precisión: tiempos de operación, costos de mano obra, consumo de material y sus desperdicios, otros costos incurridos, tendría en este caso un *costo estándar*.

1.4.4 De acuerdo con su comportamiento

Costos variables

Son aquellos que cambian o fluctúan en relación directa a una actividad o volumen dado.

Costos fijos

Son aquellos que permanecen constantes dentro de un periodo determinado, sin importar si cambia el volumen de producción. Como ejemplo de ellos están: depreciación por medio de línea recta, arrendamiento de la planta, sueldo de jefe de producción.

Existe una empresa que fabrica un producto A y para su elaboración requiere materia prima, mano de obra y empaque, en cantidades y costos que se detallan en el siguiente cuadro. Se asume que para la fabricación incurre en costos de arrendamiento por 8 millones.

Interesa determinar el costo de producción y los costos unitarios para los niveles de producción que también se indican en el cuadro inferior.

Concepto	Cantidad	Costo	Producción			
			1.000	10.000	50.000	100.000
Material						
Material A	1	2600	2.600.000	26.000.000	130.000.000	260.000.000
Mano obra						
Horas hombre	2	2500	5.000.000	50.000.000	250.000.000	500.000.000
Carga fabril						
Empaque	1	800	800.000	8.000.000	40.000.000	80.000.000
Arriendo			8.000.000	8.000.000	8.000.000	8.000.000
Costo producción			16.400.000	92.000.000	428.000.000	848.000.000
Costo unitario			16.400	9.200	8.560	8.480

Al efectuar los cálculos se ve con claridad cómo los costos unitarios van variando dependiendo del nivel de producción. Si se supone que el mercado no es factor importante para establecer el precio de venta, la pregunta es: ¿Cuál es el precio de venta con que debe salir el producto al mercado?

Tal y como están las cosas es imposible responder la pregunta en razón a que los costos unitarios están variando, esto impide tomar decisiones como fijar precios de ventas o hacer

cualquier otro análisis de importancia que conlleve a decisiones administrativas y financieras, entonces ¿Qué se debe hacer?

Es importante reconocer la variabilidad del costo unitario y que éste se origina por el volumen de producción. Lo que interesa ahora es responder entonces: ¿Cómo se puede estabilizar el costo?

Si se hace una descomposición de los costos en fijos y variables, tendríamos lo siguiente:

Concepto	Cantidad	Costo	Producción			
			1.000	10.000	50.000	100.000
Costos variables						
Material						
Material A	1	2600	2.600.000	26.000.000	130.000.000	260.000.000
Mano obra						
Horas hombre	2	2500	5.000.000	50.000.000	250.000.000	500.000.000
Carga fabril						
Empaque	1	800	800.000	8.000.000	40.000.000	80.000.000
Subtotal variables			8.400.000	84.000.000	420.000.000	840.000.000
Costo variable por unidad			8.400	8.400	8.400	8.400
Costos fijos						
Arriendo			8.000.000	8.000.000	8.000.000	8.000.000
Costo fijo por unidad			8.000	800	160	80
Costo total unitario			16.400	9.200	8.560	8.480

En el cuadro es claro que se han descompuesto los costos en su parte fija y variable; se puede observar también que el costo unitario variable permanece constante para los diferentes niveles de producción. Es claro que los costos fijos unitarios van cambiando y al ser sumados con los variables se produce la *variabilidad* en el costo unitario.

La razón de la *variabilidad* es lógica, al aumentar el volumen de producción el componente variable cambia directamente con las unidades producidas. Pero esta situación no es igual para los costos fijos, ya que al aumentar las unidades producidas, se efectúa un mayor aprovechamiento de la capacidad instalada, situación que motiva una disminución del costo fijo originándose por lo tanto la disminución del costo unitario.

Por lo tanto, si se desea tomar decisiones tales como establecimiento de precios de venta o cualquier otra, se hace necesario estabilizar el costo unitario y esto solamente se logra considerando como costo el componente variable.

Bajo lo anteriormente expuesto, se puede concluir que los costos para la toma de decisiones se deben descomponer en costos fijos y variables, y que solamente se debe

considerar como costo el componente variable y el componente fijo llevarlo como un gasto del periodo. Con este procedimiento, se cuenta con un mecanismo eficaz para estabilizar el costo y por tanto tomar decisiones acertadas al lograr hacer invariables los costos según el volumen de producción. Por lo que se puede responder la pregunta planteada inicialmente de la siguiente manera: el precio de venta debe ser mayor a \$8.400.

Al tratar los costos de la manera como se indicó anteriormente, se da origen a una técnica de costeo que se denomina *Costeo Directo* o *Costeo Variable*.

1.4.5 De acuerdo con el tiempo en que se enfrentan a los ingresos

Costos del producto

Son los que se identifican directa e indirectamente con el producto. Están dentro de ellos: material directo, mano de obra y carga fabril. Estos tienen la particularidad de tenerse en inventarios hasta cuando se venden, situación en la cual estos se enfrentan a los ingresos para dar origen a los beneficios.

Costos del periodo

Son los que no están ni directa ni indirectamente relacionados con el producto, no son inventariados. Se caracterizan por ser cancelados inmediatamente, estos se originan pero no puede determinarse ninguna relación con el costo de producción.

Las clasificaciones enunciadas anteriormente, son las que se consideran de mayor importancia y sobre las que se necesita una mayor claridad para desarrollar el curso. Esto no quiere decir que no existan más clasificaciones; más aún, no es de interés efectuar un estudio detallado de cada una de las clasificaciones del costo que existen, puesto que las enunciadas son suficientes para el desarrollo del curso.

1.5. ESTADO DE COSTO DE PRODUCCIÓN Y VENTAS

Debe tenerse presente que el estado de costo de producción es un estado financiero dinámico; es decir, los saldos de las cuentas que lo integran al final de periodo se cancelan contra el resumen de pérdidas y ganancias.

Según el decreto 2649 de diciembre 29 de 1993, se considera como estados financieros de propósito especial, a los definidos en el artículo 24 de la siguiente manera: “Son estados financieros de propósito especial aquellos que se preparan para satisfacer necesidades específicas de ciertos usuarios de la información contable”. Se caracterizan por tener una circulación o uso limitado y por suministrar un mayor detalle de algunas partidas u operaciones.

Esto quiere decir que su uso está restringido para aquellas personas que pueden tener algún interés en particular, que para el caso son los administradores o aquellas personas

de alta dirección que tienen bajo su responsabilidad el manejo y dirección de la empresa.

No existe una proforma específica como le ocurre al estado de resultados y al balance general, sino que éste es realizado según las necesidades, la información requerida y el análisis que se vaya a realizar. Por este motivo, existen varios modelos de los cuales se van a enunciar solamente tres, aclarando que existen muchos más.

COMPAÑÍA N.N.
ESTADO DE COSTO DE PRODUCCIÓN Y VENTAS
DEL 1 DE ENERO AL 31 DE DICIEMBRE DEL 20XX

Inventario inicial materia prima	XXX	
Más compras brutas	XXX	
Menos devoluciones en compras	<u>XXX</u>	
Compras netas	<u>XXX</u>	
Material disponible	XXX	
Menos inventario final de materia prima	<u>XXX</u>	
Material trasladado a producción	<u>XXX</u>	
Más inventario inicial de material en proceso	<u>XXX</u>	
Materiales en proceso de transformación	<u>XXX</u>	
Menos inventario final de material en proceso	<u>XXX</u>	
Material aplicado a productos terminados		XXX
Inventario inicial mano de obra en proceso	XXX	
Mano de obra real del periodo	XXX	
Menos inventario final mano de obra en proceso		<u>XXX</u>
Mano de obra aplicada a producto terminado		XXX
Inventario inicial de costos indirectos de fabricación	XXX	
Costos indirectos de fabricación del periodo	XXX	
Menos inventario final de CIF en proceso	XXX	
CIF aplicados a producto terminado		<u>XXX</u>
Costo de los productos terminados y transferidos		<u>XXX</u>
Más inventario inicial productos terminados		<u>XXX</u>
Costo de los productos disponibles para venta		XXX
Menos inventario final producto terminado		<u>XXX</u>
Costo de ventas		<u>XXX</u>

COMPAÑÍA NH LTDA.
ESTADO DE COSTO DE PRODUCCIÓN Y VENTAS
Por el periodo comprendido entre el 1 de enero y el 31 de diciembre de 20XX

Inventario inicial de productos terminados		xxx
Inventario inicial de productos en proceso		xxx
Inventario inicial de materia prima	xxx	
Más compras de materia prima	xxx	
Menos devoluciones en compras	<u>xxx</u>	
Compras netas	<u>xxx</u>	
Material disponible	xxx	
Menos inventario final de materia prima	<u>xxx</u>	
Materia prima utilizada		xxx
Más costo de mano de obra directa empleada		xxx
Más carga fabril incurrida		<u>xxx</u>
Costos de manufactura del periodo		<u>xxx</u>
Total de costos cargados a manufactura en proceso		xxx
Menos inventario final de productos en proceso		<u>xxx</u>
Costo de los artículos producidos		<u>xxx</u>
Más inventario inicial de productos terminados		xxx
Costo de los artículos disponibles para venta		xxx
Menos inventario final de productos terminados		<u>xxx</u>
Costo de ventas		xxx

COMPAÑÍA N.N.
ESTADO DE COSTO DE PRODUCCIÓN
Del 1 de enero al 31 de diciembre de 20XX

Inv. inicial de materia prima		XXXXXX
Más compras	XXXXXX	
Menos devoluciones en compras	<u>XXXXXX</u>	
Compras netas		<u>XXXXXX</u>
Mercancía disponible		<u>XXXXXX</u>
Menos inv. final de materia prima		<u>XXXXXX</u>
Costo del material llevado a producción		<u>XXXXXX</u>
Mano obra del periodo		XXXXXX
Carga fabril		<u>XXXXXX</u>
Costos de manufactura		<u>XXXXXX</u>
Más inv. inicial productos en proceso		<u>XXXXXX</u>
Productos en proceso de transformación		<u>XXXXXX</u>
Menos inv. final de productos en proceso		<u>XXXXXX</u>
Costo de productos terminados y transferidos		<u>XXXXXX</u>

EJEMPLO 1.1

Productora Riomar es una empresa dedicada a la producción y comercialización de juguetes infantiles. Para el año que terminó en diciembre 31 de 20XX, muestra la siguiente información en miles de pesos.

Mano de obra directa	5000
Material consumido	8000
Combustible	1200
Impuesto sobre ventas	300
Depreciación maquinaria	100
Costos fijos por mantenimiento en producción	2300
Gastos fijos por mantenimiento en vtas. y admón.	1200
Gastos amortización seguros (60% Producción)	250
Materia prima indirecta consumida	140
Comisiones de ventas	1300
Gastos arriendo (70% producción)	2000
Servicios públicos (60% Producción)	850

Determine los costos según la siguiente clasificación

Función

- Producción
- Administración
- Ventas

De acuerdo con su identificación con el producto

- Costo directo
- Costo indirecto

De acuerdo con el tiempo en que fueron calculados

- Históricos
- Predeterminados

De acuerdo con su comportamiento

- Fijos
- Variables

De acuerdo con el tiempo en que se enfrentan a los ingresos

- Costos del producto
- Costos del periodo

Función

Producción

Material consumido	8,000
Mano obra directa	5,000
Combustible	1,200
Depreciación	100
Mantenimiento	2,300

Seguros	150
Material indirecto	140
Arriendo	1,400
Servicios	510
Subtotal	18,800
Administración y ventas	
Mantenimiento	1,200
Seguros	100
Comisiones	1,300
Arriendo	600
Servicios	340
Subtotal	3,540
Total	22,340

De acuerdo con su identificación con una actividad departamento o producto

Costo directo	0
Costo indirecto	
Material consumido	8,000
Mano obra directa	5,000
Combustible	1,200
Depreciación	100
Mantenimiento	2,300
Seguros	150
Material indirecto	140
Arriendo	1,400
Servicios	510
Total	18,800

Debe tenerse en cuenta que según el enunciado la empresa produce varios productos y no hay forma de establecer cuál es el costo para cada uno de los productos. Por ese motivo todos los costos incurridos son indirectos

De acuerdo con el tiempo en que fueron calculados

Históricos	
Material consumido	8,000
Mano obra directa	5,000
Combustible	1,200
Depreciación	100
Mantenimiento	2,300
Seguros	150
Material indirecto	140
Arriendo	1,400
Servicios	510
Subtotal	18,800
Predeterminados	0

Total 18,800

La información de costos según el enunciado corresponde a diciembre 31 de 20XX, por lo tanto, todos los costos son reales.

De acuerdo con el tiempo en que se enfrentan a los ingresos

Costos del producto

Material consumido	8,000
Mano obra directa	5,000
Combustible	1,200
Depreciación	100
Mantenimiento	2,300
Seguros	150
Material indirecto	140
Arriendo	1,400
Servicios	510
Subtotal	18,800

Costos del periodo

Mantenimiento	1,200
Seguros	100
Comisiones	1,300
Arriendo	600
Servicios	340
Subtotal	3,540
Total	22,340

De acuerdo con su comportamiento

Variables	
Material consumido	8,000
Mano obra directa	5,000
Combustible	1,200
Material indirecto	140
Servicios	510
Fijos	
Depreciación	100
Mantenimiento	2,300
Seguros	150
Arriendo	1,400

EJEMPLO 1.2

Una entidad fabrica un producto A, la información para el mes de enero, fecha en la que inició actividades es:

Compra de material directo	\$2.500.000
----------------------------	-------------

Salario personal de planta	1.300.000
Salario personal administración	890.000
Salario personal ventas	630.000
Depreciación maquinaria	20.000
Aseo planta	5.000
Mantenimiento equipo producción	20.000
Servicios área de producción	8.000
Depreciación vehículo ventas	4.000
Servicios área administración	1.000
Unidades producidas	10.000
Unidades vendidas	8.000
Precio venta unidad	875
Inventario final material directo	300.000
Inventario inicial de producto terminado	0 Unidades

Del salario de personal de planta el 10% corresponde a mano de obra indirecta.
Con esta información se solicita determinar la utilidad o pérdida en el mes.

COMPAÑÍA N.N.
ESTADO DE COSTO DE PRODUCCIÓN
DEL 1 AL 31 DE ENERO DE 20XX

Inv. inicial de materia prima		-
Más compras	2,500,000	
Menos devoluciones en compras	-	
Compras netas	<u>2,500,000</u>	<u>2,500,000</u>
Mercancía disponible		2,500,000
Menos inv. final de materia prima		<u>300,000</u>
Costo del material llevado a producción		2,200,000
Mano obra del periodo		1,170,000
Carga fabril		
Mano obra indirecta	130,000	
Depreciación	20,000	
Aseo	5,000	
Mantenimiento equipo	20,000	
Servicios	8,000	
Costo de producción	<u>183,000</u>	<u>3,553,000</u>

COMPAÑÍA N.N.
ESTADO DE RESULTADOS
DEL 1 AL 31 DE ENERO DEL 20XX

Ventas		7.000.000
Menos costo de ventas		
Inventario inicial	0	
Más costo de producción	3.553.000	
Menos inventario final	710.600	2.842.400
Utilidad bruta en ventas		4.157.600
Gastos operacionales		
De administración		
Salarios	890.000	
Servicios	1.000	891.000
De ventas		
Salarios	630.000	
Depreciación vehículos	4.000	634.000
Utilidad operacional		2.632.600

$$\text{Valor del inventario final} = \left(\frac{3.553.000}{10.000} \right) (2.000) = 710.600$$

EJEMPLO 1.3

La siguiente información ha sido tomada de los libros de contabilidad de la Compañía N.N. para el año terminado en diciembre 31 del 20XX y con la cual se desea realizar el estado de resultados.

Durante el año se terminaron 1.200 unidades del único producto manufacturado. Se vendieron 1.000 unidades al precio unitario de \$50.000. Los costos de materiales mostraban un inventario inicial de \$5.000.000, compra de materiales durante el año de \$23.000.000 y un inventario final para materiales de \$1.000.000.

Los costos de mano de obra directa fueron de \$10.200.000. Los costos indirectos de fabricación ascendieron a \$4.300.000. No había inventario inicial ni final de productos en proceso. El inventario de productos terminados al iniciar el año ascendía a 500 unidades con un costo unitario de \$32.000.

Los gastos de administración y ventas fueron respectivamente de \$2.300.000 y \$4.800.000.

COMPAÑÍA N.N.
ESTADO DE COSTO DE PRODUCCIÓN
DEL 1 DE ENERO AL 31 DE DICIEMBRE DE 20XX

Inv. inicial de materia prima		5.000.000
Más compras	23.000.000	
Menos devoluciones en compras	<u>0</u>	
Compras netas		<u>23.000.000</u>
Mercancía disponible		<u>28.000.000</u>
Menos inv. final de materia prima		<u>1.000.000</u>
Costo del material llevado a producción		27.000.000
Mano obra del periodo		10.200.000
Carga fabril		<u>4.300.000</u>
Costos de manufactura		41.500.000
Más inv. inicial prod. Proceso		<u>-</u>
Productos en proceso de transformación		41.500.000
Menos inv. final de productos en proceso		<u>-</u>
Costo de productos terminados y transferidos		<u><u>41.500.000</u></u>
Costo unitario	41.500.000/1200=	34.583

COMPAÑÍA N.N.
ESTADO DE RESULTADOS
DEL 1 DE ENERO AL 31 DE DICIEMBRE DE 20XX

Ventas		50.000.000
Menos costo de ventas		
Inventario inicial	16.000.000	
Más costo de producción	41.500.000	
Menos inventario final	<u>24.208.333</u>	33.291.667
Utilidad bruta en ventas		16.708.333
Gastos operacionales		
De administración		2.300.000
Gastos de ventas		<u>4.800.000</u>
Utilidad operacional		<u>9.608.333</u>
Inventario inicial	500	
Unidades producidas	1.200	
Unidades vendidas	1.000	
Unidades en existencia al final	700	
Costo por unidad	34.583	
Valor inventario final	24.208.333	

EJEMPLO 1.4

Con la siguiente información, determine el estado de resultados para la empresa en el año 20XX.

Inv. inicial materia prima	2.900.000	Compra material indirecto	800.000
Salario personal admón.	1.750.000	Reparaciones en fábrica	700.000
Salario personal ventas	6.300.000	Inv. mat. indirecto diciembre	250.000
Inv. final materia prima	2.600.000	Servicios administración	20.000
Compra materia prima	6.500.000	Servicios planta	400.000
Mano obra indirecta	2.400.000	Uds. inv. inicial prod. terminado	1.800
Inv inicial material indirecto	150.000	Uds. inv. final prod. terminado	90
Dep. acum. maquinaria enero	9.600.000	Ventas	54.500.000
Gto. depr. vehículo ventas	450.000	Devoluciones ventas	2.000.000
Seguros administración	560.000	Arriendo administración	2.400.000
Seguro planta	240.000	Arriendo planta	3.200.000
Dep. acum. maquinaria dic	10.200.000	Salario pagado al personal	15.000.000
Unidades vendidas	5.600	Inv. final prod. proceso	2.300.000
Inv. inicial productos proceso	7.400.000	Inv. inicial prod. terminado	10.800.000

COMPAÑÍA N.N.
ESTADO DE COSTO DE PRODUCCIÓN
DEL 1 DE ENERO AL 31 DE DICIEMBRE DEL 20XX

Inventario inicial de materia prima		2.900.000
Más compras	6.500.000	
Menos devoluciones en compras	0	
Compras netas		<u>6.500.000</u>
Mercancía disponible		9.400.000
Menos inventario final de materia prima		<u>2.600.000</u>
Costo de material llevado a producción		6.800.000
Mano de obra del periodo		4.550.000
Carga fabril		
Depreciación	600.000	
Mano de obra	2.400.000	
Seguros	240.000	
Reparación	700.000	
Arriendo	3.200.000	
Servicios	400.000	
Material indirecto	<u>700.000</u>	<u>8.240.000</u>
Costos de manufactura		19.590.000
Inv. inicial productos en proceso		<u>7.400.000</u>
Costo de productos en proceso de transformación		26.990.000
Menos inventario final productos en proceso		<u>2.300.000</u>

Costo productos terminados y transferidos **24.690.000**

Cálculos tenidos en cuenta

Unidades Producidas **3.890**

Unidades vendidas 5.600

Más inventario final 90

Menos inventario inicial 1.800

Costo Unitario **\$ 6.347**

Inventario inicial material indirecto 150.000

Más compras material indirecto 800.000

Material disponible 950.000

Menos inventario final material indirecto 250.000

Material indirecto consumido **700.000**

Depreciación acumulada maquinaria diciembre 10.200.000

Depreciación acumulada maquinaria enero 9.600.000

Depreciación causada **600.000**

Salario personal 15.000.000

Salario ventas (6.300.000)

Salario administración (1.750.000)

Mano obra indirecta (2.400.000)

Mano obra directa **4.550.000**

COMPAÑÍA N.N.
ESTADO DE RESULTADOS
DEL 1 DE ENERO AL 31 DE DICIEMBRE DE 20XX

Ventas 54.500.000

Menos devoluciones en ventas 2.000.000 52.500.000

Menos costo de ventas

Inventario inicial 10.800.000

Más costo de producción 24.690.000

Mercancía disponible para ventas 35.490.000

Menos inventario final 571.234 34.918.766

Utilidad bruta en ventas 17.581.234

Gastos operacionales

De administración

Salarios 1.750.000

Servicios 20.000

Seguros 560.000

Arriendo	<u>2.400.000</u>	4.730.000
Gastos de ventas		
Salarios	6.300.000	
Depreciación vehículos	<u>450.000</u>	<u>6.750.000</u>
Utilidad operacional		<u>6.101.234</u>

EJEMPLO 1.5

Un tipo especial de espuma de plástico se utiliza dentro del proceso para moldes de inyección. Por cada libra de plástico incluido en el proceso productivo se espera que se pierda un 15%. La materia prima cuesta \$1.200 por libra. El producto final pesa 26.5 libras.

¿Qué tanto material se requiere para obtener una libra de producto terminado?

¿Cuál es el costo del material por unidad terminada?

Cantidad de materia prima por libra de producto terminado $\left[\frac{1}{0.85} \right] = 1.176$ Libras de material.

Costo de la Materia Prima requerida y cantidad del mismo por unidad.

$$(1.176)(26.5)(1200) = \$37.396.80$$

EJEMPLO 1.6

Una empresa compra una pieza a un costo de \$1.600 y paga transporte y manejo por \$100. Debido a un pedido urgente, la empresa adquirió la pieza de una fuente no convencional en \$1.500 más \$300 por fletes aéreos. La empresa pagó \$50 adicionales por recoger la pieza en el aeropuerto. ¿Cuál es el costo unitario?

Costo del material por unidad $1.500 + 300 + 50 = \$1.850$

EJEMPLO 1.7

Una empresa contaba con 2.000 Kg. de material A, valorados por \$3.500.000. Para satisfacer la producción, tuvo necesidad de adquirir de un proveedor no convencional 2.600 Kg. a un costo unitario de \$2.200; incurrió en fletes terrestres por \$600.000 y pagó \$150.000 por el descargue del material y su ubicación en la bodega.

Se sabe que en el proceso de selección un 10% de la materia prima se pierde y un 30% del material pierde su peso durante la cocción.

Determine el costo del material aplicado al producto terminado, teniendo presente que el número de unidades terminadas y transferidas fue de 8.694 unidades y no había inventario inicial y final de productos en proceso.

¿Cuál es el costo de materia prima en cada unidad de producto terminado?

¿En qué momento el costo de producción anterior se convierte en costo del periodo?

¿Es posible que al aumentar la producción, los costos totales aumenten y los costos unitarios disminuyan?

Inventario inicial de materia prima	2.000		\$ 3.500.000
Compras	2.600	5.720.000	
		600.000	
		<u>150.000</u>	<u>6.470.000</u>
Costo material aplicado a producto terminado			\$ 9.970.000

$$\text{Costo unitario } 9.970.000 / 8694 = 1146.76$$

El costo de producción y los costos del periodo son dos cosas totalmente distintas, por lo tanto en ningún momento el costo de producción se puede convertir en costo del periodo.

En el costeo total, el costo de producción aumenta y los costos fijos disminuyen, ya que si se aumenta el volumen de producción hay un mejor uso de la capacidad instalada generando la reducción del costo unitario.

EJEMPLO 1.8

Una compañía está interesada en lanzar al mercado un nuevo producto el cual viene en presentación de 20 unidades por caja, por un valor para mayorista de \$120.000 caja. Los estudios realizados han establecido los siguientes costos estimados por presentación:

Costos por caja de 20 Uds	
Mano obra directa	\$ 18.000
Materiales directos	30.000
Carga fabril variable	22.000.

Cada unidad del producto requiere de un empaque especial y una compañía ofreció a la empresa fabricarlo por un costo de \$1.000 por unidad. De aceptarse la propuesta, la empresa reduciría cada uno de los elementos del costo primo en 15%, mientras que el costo de conversión bajaría a \$30.000, sin incluir el costo de empaque comprado.

Bajo la anterior situación, ¿debería la empresa comprar o fabricar el empaque? Justifique.

Costos al fabricar el empaque

Material	30.000
Mano Obra	18.000
Carga Fabril	<u>22.000</u>
Costo por caja	<u>70.000</u>

Costos al comprar el empaque

Material	$(30.000)(0.85) = 25.500$
Mano obra	$(18.000)(0.85) = 15.300$
Carga fabril	$(30.000 - 15.300) = 14.700$
Subtotal	<u>55.500</u>
Costo empaque	<u>20.000</u>
Costo total	<u>75.500</u>

En conclusión, la empresa debe fabricar la caja

EJEM PLO 1.9

La contadora de una empresa perdió accidentalmente parte de la información financiera que maneja y a pesar de su esfuerzo sólo ha logrado recuperar para el año terminado lo siguiente:

Las ventas totalizaron 100.000.000

Los inventarios iniciales fueron: para productos en proceso 12.000.000 y productos terminados 6.000.000.

Los materiales son comprados en la medida que los demanda producción, por lo que no hay inventarios de materias primas.

La mano de obra directa es igual al 25% del costo de conversión.

El inventario final de producto en proceso disminuyó en 1.000.000.

La utilidad bruta equivale al 55% de las ventas.

La carga fabril totalizó 24.000.000.

La mano de obra directa es del 40% de los costos primos.

Los gastos operacionales de administración y ventas respectivamente fueron el 20% y 15% de los ingresos.

Si es posible, determine el estado de resultados para el año 20XX

Ventas	100.000.000
Inventario inicial productos proceso	12.000.000
Inventario inicial prod. terminado	6.000.000
Mano obra directa	0.25 (MOD + CIF)
Inventario final prod. proceso	$12.000.000 - 1.000.000 = 11.000.000$
Utilidad bruta	$(0.55) (100.000.000) = 55.000.000$
Costos indirectos de fabricación	24.000.000

Mano obra directa

0.40 (MOD + MPD)

$$MOD = 0.25(MOD + CIF)$$

$$MOD = 0.25(MOD + 24.000.000)$$

$$MOD = 0.25MOD + 6.000.000$$

$$MOD = \left(\frac{6.000.000}{0.75} \right) = 8.000.000$$

$$MOD = 0.40(MPD + MOD)$$

$$8.000.000 = 0.40(MPD + 8.000.000)$$

$$8.000.000 = 0.40MPD + 3.200.000$$

$$MPD = \left(\frac{4.800.000}{0.40} \right) = 12.000.000$$

CIA NN.

**Estado de Costo de Producción
Del 1 de enero al 31 de diciembre de 20XX**

Costo de material trasladado a producción	12.000.000
Mano de obra directa	8.000.000
Costos indirectos de fabricación	24.000.000
Costos de manufactura	44.000.000
Inventario inicial productos en proceso	12.000.000
Productos en proceso de transformación	56.000.000
Inventario final productos en proceso	11.000.000
Costo de los productos terminados y transferidos	45.000.000

CIA N.N.
Estado de Resultados
Del 1 de enero al 31 de diciembre de 20XX

Ventas	100.000.000
Costo de ventas	45.000.000
Utilidad bruta en ventas	55.000.000
Gastos operacionales	
De administración	20.000.000
De ventas	15.000.000
Utilidad operacional	20.000.000

EJEMPLO 1.10

Amalia Mertz es la gerente de las tradicionales películas de domingo. Cada domingo una película se exhibe dos veces. El precio de entrada se fijó en \$5. Se vende un máximo de 450 boletos para cada función. El alquiler del auditorio es de \$330 por día y la mano de obra cuesta \$400 por función, incluyendo \$ 90 para Amalia. La empresa debe pagar al distribuidor de la película una garantía, que va de \$300 a \$900, ó 50% de los ingresos de entrada a la función, lo que sea mayor.

Se venden bebidas antes y durante la función, estas ventas en promedio representan el 12% de los ingresos por admisión y rinden una utilidad bruta del 40%.

El 3 de junio Mertz, exhibió Matrix. La película produjo \$2.250 de ingresos brutos por admisión. La garantía para el distribuidor fue de \$750, ó 50% de los ingresos brutos por admisión, la cantidad que sea más alta. Determine la utilidad operacional.

Ingreso por servicio $2 \times 2.250 = 4.500$.
 Garantía para el distribuidor 50% de 4.500 por ser lo más alto.
 Ingreso por venta de gaseosas y otros $0.12 \times 4.500 = 540$.
 Utilidad venta gaseosa $540 \times 0.40 = 216$.

Ingresos por servicios	4.500
Gastos del servicio	
Alquiler	330
Mano obra	800
Garantía	2.250
	3.380
Utilidad en el servicio	1.120
Otros ingresos	
Utilidad venta gaseosas	216
Utilidad	1336

EJEMPLO 1.11

Una ley permite los juegos de Bingo cuando los ofrecen determinadas instituciones, entre las que se cuentan las iglesias. El pastor de una nueva parroquia, está averiguando la conveniencia de realizar noches de bingo semanalmente. La parroquia no tiene un salón, pero un hotel de la localidad estaría dispuesto a comprometer su salón por una renta global de \$800 por noche. La renta incluye instalar, desmontar mesas y sillas y otros.

Un impresor local proporcionaría los cartones de Bingo a cambio de publicidad gratuita. Comerciantes de la localidad donarían los premios de electrodomésticos, mas no, los de dinero en efectivo. Los servicios de empleados, personal de seguridad y otros serían donados por voluntarios. La entrada costaría \$4 por persona y daría derecho al jugador a un cartón; los cartones extra costarían \$1.50 cada uno. Muchas personas compran cartones extra, así que habría un promedio de cuatro cartones en juego por persona. ¿Cuál es el máximo total de premios en efectivo que la iglesia puede otorgar para tener una utilidad de cero si 200 personas asisten a cada sesión semanal?

Después de operar durante diez meses, el reverendo está pensando negociar un acuerdo de renta diferente, pero manteniendo invariable el dinero de los premios en \$900. Suponga que la renta es de \$ 400 semanales más \$ 2 por persona. Calcule la utilidad operacional para una asistencia de 100 y 300 personas respectivamente.

Ingreso por venta de cartón	200 x 4	= 800
Ingreso por venta cartones extras	600 x 1.50	= 900
Pago alquiler salón por noche		= 800

Ingresos por venta de cartones	1.700
Gastos arriendo	800
Utilidad	900
Valor a invertir en premios en efectivo	
Para tener utilidad de cero	900

Concepto	No Personas	
Para un fin de semana	100	300
Ingresos por venta de cartones	400	1.200
Ingresos por cartones extras	450	1.350
Total ingresos	850	2.550
Gastos		
Renta fija	400	400
Renta variable	200	600
Premios en efectivo	900	900
Total gastos	1.500	1.900
Utilidad o (Pérdida)	(650)	650

EJEMPLO 1.12

La compañía durante el año 2010 vendió 10.000 unidades de su único producto Tibit a un precio unitario de \$2.200 que no presentó variaciones. En el proceso de fabricación se emplean dos materias primas: M1 y M2 y la información referente a los costos generados se suministra en el cuadro de enseguida, para que con ella prepare un estado de resultados para el periodo en cuestión.

Material M1 3.000 kilos \$ 1.000 Kilo
Material M2 2.000 Kilos \$ 2.000 Kilo

Los sueldos y salarios acumulados y pagados durante el año fueron los siguientes:

	PAGADOS	POR PAGAR
Mano de obra directa	3.920.000	80.000
Mano de obra indirecta	1.760.000	40.000
Departamento de ventas y admón.	2.800.000	0

Otros costos y gastos incurridos fueron:

	FÁBRICA	ADMINISTRACIÓN
Material indirecto	2.650.000	
Reparaciones	1.000.000	300.000
Servicios públicos	600.000	120.000
Depreciación	600.000	150.000
Seguros	96.000	24.000
Impuestos	100.000	80.000

Costo del material

$$\text{Material } _M1 = 3.000.000$$

$$\text{Material } _M2 = 4.000.000$$

$$\text{Valor } _Total = 7.000.000$$

$$\text{Valor mano obra directa } 3.920.000 + 80.000 = 4.000.000$$

$$\text{Valor mano obra indirecta } 1760000.40.000 = 1.800.000$$

Costo de materia prima	7.000.000
Costo de mano de obra	4.000.000
Carga fabril	6.846.000
Costos de manufactura	17.846.000
Más inventario inicial de productos en proceso	0

Productos en proceso de transformación	17.846.000
Menos inventario final de productos en proceso	0
Costo de los productos terminados y transferidos	17.846.000
Más inventario inicial de productos terminados.	0
Productos disponibles para venta	17.846.000
Menos inventario final de productos terminados	0
Costo de ventas	17.846.000
Carga fabril	
Mano obra indirecta	1.800.000
Material indirecto	2.650.000
Reparaciones	1.000.000
Servicios	600.000
Depreciación	600.000
Seguros	96.000
Impuestos	100.000
Total carga fabril	6.846.000

COMPAÑÍA NN.

Estado de Resultados.

Del 1 de enero al 31 de diciembre de 20XX

Ventas		22.000.000
Menos costo de ventas		
Más inventario inicial	0	
Costo de producción	17.846.000	
Menos inventario final	0	<u>17.846.000</u>
Utilidad bruta		4.154.000
Gastos operacionales		
De administración		
Salario	2.800.000	
Reparaciones	300.000	
Servicios públicos	120.000	
Depreciación	150.000	
Seguros	24.000	
Impuestos	80.000	3.474.000
Utilidad operacional		680.000

EJEMPLO 1.13

Con base en la siguiente información, determine el costo de los artículos terminados y el costo de los artículos vendidos.

Las compras de materiales directos fueron de \$480.000 y el inventario final de los mismos al terminar el periodo aumentó en \$30.000.

A los obreros que integran el costo de mano de obra directa se les pagaron \$ 200.000 del periodo anterior y quedaron pendientes por pagar \$260.000 de este periodo.

El inventario final de productos en proceso fue \$10.000 menos que el inventario inicial.

El inventario final de productos terminados fue \$4.000 más que el inventario inicial.

La carga fabril ascendió a \$94.000

¿Cuál es el valor del inventario del producto terminado?

¿Cuál es el valor del costo de ventas?

Se sabe que

$I.I.M.P + \text{Compras} - I.F.M.P = \text{COSTO DE MATERIA PRIMA (C.M.P)}$

Por lo tanto despejando se tiene

$I.I.M.P + 480000 - (I.I.M.P + 30000) = C.M.P$

~~$I.I.M.P + 480000 - I.I.M.P - 30000 = C.M.P$~~

$450000 = C.M.P$

$Material = 450.000$

$Mano_obra = 260.000$

$Costos_manufactura = Material + Mano_obra + Carga_fabril$

$Carga_fabril = 94.000$

$Costos_manufactura = 804.000$

El inventario final de productos en proceso fue \$10.000 menos que el inventario inicial.

$Costos_manufactura + I.I.P.P - I.F.P.P = \text{Costo de productos terminados y transferidos (C.P.T.T)}$

$804000 + I.I.P.P - (I.I.P.P - 10000) = C.P.T.T$

~~$804000 + I.I.P.P - I.I.P.P + 10000 = C.P.T.T$~~

$814000 = C.P.T.T$

El inventario final de productos terminados fue \$4.000 más que el inventario inicial.

$C.P.T.T + I.I.P.T - I.F.P.T = \text{Costo de ventas (CV)}$

$814000 + I.I.P.T - (I.I.P.T + 4000) = CV$

~~$814000 + I.I.P.T - I.I.P.T - 4000 = CV$~~

$810000 = CV$

EJEMPLO 1.14

La compañía N.N. procesa champiñones los cuales vende en frascos de 250 gramos. Durante el mes de enero de 20XX, produjo 11.000 unidades y los costos y gastos fueron:

Champiñones	800 (por frasco)
Mano de obra directa	400 (por frasco)
Frascos, tapas y etiquetas	1.100.000 (para toda la producción)
Gastos de entrega	45 (por frasco)
Comisiones sobre ventas	20 (por frasco)
Depreciación planta	600.000
Supervisión planta	1.200.000
Gerente planta	2.600.000
Seguro planta	400.000
Gasto ventas	800.000
Gastos administrativos	500.000
Servicios	450.000 (40% planta, 60% administración)

El inventario inicial de producto terminado era de 1.000 y el final fue de 2.500 unidades. Si el precio de venta es de \$ 2697 ¿Cuál será el estado de resultados para el periodo?

Costo material

Compañía N.N.
Estado de costo de producción
De 1 a 31 de enero de 20XX

Material		8.800.000
Mano obra		4.400.000
Carga fabril		
Empaque		1.100.000
Depreciación	600.000	
Mano obra indirecta	3.800.000	
Seguro	400.000	
Servicios	180.000	6.080.000
Costos de manufactura		19.280.000
Inventario inicial productos proceso		-
Productos proceso transformación		19.280.000
Inventario final productos en proceso		-
Costo de producción		19.280.000

$$\text{Costo_Unitario} = \frac{19.280.000}{11.000} = 1.752.73$$

Unidades vendidas = Inventario Inicial + Unidades Producidas – Inventario Final

Unidades vendidas = 1.000 + 11.000 – 2.500 = 9.500

Costo ventas = 9.500 * 1752.73 = 16.650.935

Nota: Se asume que la empresa valora inventarios bajo el Método Ueps

Estado de Resultados

Venta		25,621,500
Costo Ventas		16,650,935
Utilidad Bruta Operacional		8,970,565
Gastos Operacionales		
Administración		
Administrativos	500,000	
Servicios	<u>270,000</u>	770,000
De Ventas		
Entrega	427,500	
Comisiones	190,000	
Gastos Ventas	<u>800,000</u>	1,417,500
Utilidad operacional		<u><u>6,783,065</u></u>

EJEMPLO 1.15

En cada una de las preguntas señale con X la respuesta que considere correcta:

1. ¿El estado de costo de producción y ventas indica?:

- El costo de los productos terminados y el valor de las ventas.
- El costo de los productos terminados y productos en proceso.
- El costo de los productos vendidos.
- El costo de los productos vendidos y valor de las ventas.
- **El costo de lo producido y vendido.** (X)

2. ¿Una empresa que se caracteriza por tener inventarios de materias primas casi nulos y que valora la mercancía por el Método UEPS, genera?:

- Un mayor costo del material.
- Un menor costo del material.
- **No tiene incidencia.** (X)
- No se puede afirmar nada.

3. ¿El mantenimiento de la maquinaria de producción genera?:

- Un mayor costo de ventas

- **Un mayor costo de conversión** (X)
- Un mayor costo primo
- No genera costo

4. ¿Las prestaciones sociales del personal de producción se consideran como?:

- **Un mayor costo de conversión** (X)
- Un mayor costo primo
- Un mayor costo de producción y un mayor gasto operacional
- Un mayor costo indirecto de fabricación

EJEMPLO 1.16

Actualmente Learner Ltda. está comprando 7.000 piezas mensuales a un costo de \$4.500 cada una. La empresa estudia la posibilidad de fabricar la pieza, para lo cual logró establecer que los costos directos ascienden a \$3.200 por unidad. La empresa está en este momento operando al 70% de su capacidad, ascendiendo los costos indirectos a \$5.800.000. Si la parte o pieza se fabrica, la empresa estará operando al 90% de su capacidad y los costos indirectos ascenderían a \$8.600.000.

Elabore un informe breve que indique si la pieza debe comprarse o fabricarse.

Al comprar la Pieza

$$\text{Costo} = (7.000)(4.500) = 31.500.000$$

Al producir la Pieza

$$\text{Costo}_\text{Primo} = (3.200)(7.000) = 22.400.000$$

$$\text{Carga}_\text{Fabricil} = 8.600.000 - 5.800.000 = 2.800.000$$

$$\text{Costo}_\text{Total}_\text{Producción} = 22.400.000 + 2.800.000 = 25.200.000$$

Por lo tanto, la empresa debe fabricar la pieza y mucho más si se tiene en cuenta que posee capacidad instalada para hacerlo, ya que en el ejercicio se dice que sin fabricar la unidad trabaja al 70% y al hacerla estaría trabajando al 90%. Esta situación trae beneficios por aprovechar de mejor manera las instalaciones.

EJEMPLO 1.17

Una ONG recibe aparatos usados y cuenta con personal capacitado para hacer reparaciones, mejorarlos y poderlos vender más adelante. Durante el año 2007, la entidad tuvo un inventario final de productos en proceso por \$3.800.000 y un inventario final de productos terminados por \$600.000. El costo de los artículos respecto de los cuales se terminaron reparaciones ascendió a \$4.600.000 y el costo de los artículos

vendidos sumó \$7.800.000. Los costos incurridos ascendieron a \$5.000.000. ¿Cuáles fueron los costos iniciales para: inventario inicial de productos en proceso e inventario inicial de productos terminados?

Inventario final productos proceso	3.800.000
Inventario final productos terminados	600.000
Costo productos terminados transferidos	4.600.000
Costo de ventas	7.800.000
Costo manufactura	5.000.000

$$C. M. + I. I. P. P. - I. F. P. P. = C.P.T.T.$$

$$5.000.000 + I. I. P. P. - 3.800.000 = 4.600.000$$

$$I. I. P. P. = 3.400.000$$

$$C. P.T.T. + I.I.P.T. - I.F.P.T. = C.V.$$

$$4.600.000 + I. I. P. T. - 600.000 = 7.800.000$$

$$I. I. P. T. = 3.800.000$$

Costos de manufactura	5.000.000
Más inventario inicial de productos en proceso	3.400.000
Menos inventario final de productos en proceso	3.800.000
Costo de los productos terminados y transferidos	4.600.000
Más inventario inicial de productos terminados	3.800.000
Menos inventario final de productos terminados	600.000
Costo de ventas	7.800.000

1.6 COSTEO DIRECTO

Cuando se mencionó la clasificación de los costos según su comportamiento, se indicó con claridad que al no considerar el componente fijo dentro del costo de producción, se permitía estabilizar el costo unitario, ya que de esta manera se lograba que el costo fuera invariable al volumen de producción. Esta forma de tratar los costos, da origen a una técnica de costeo denominada Costeo Variable o Directo.

La justificación para el tratamiento anterior, está fundamentada en el argumento el cual los costos del producto deben asociarse al volumen de producción y así mismo, los costos fijos no se deben incluir dentro del cálculo del costo, por cuanto se incurre en ellos, prodúzcase o no, por lo que se deben considerar como un costo del periodo. Por lo tanto, se deben enfrentar a los ingresos en el periodo que se generen, haciendo la respectiva causación como gasto.

El siguiente es el esquema del estado de resultados, bajo la técnica del costeo directo y en el que se aclara el tratamiento dado al componente fijo.

COMPAÑÍA NN
ESTADO DE RESULTADOS POR COSTEO DIRECTO
DEL 1 DE ENERO AL 31 DE DICIEMBRE DE 20XX

Ventas		XXXX
Menos costos del producto terminado y vendido		
Costo variable del producto	XXXX	
Inventario inicial de producto terminado	XXXX	
Productos disponibles para venta	XXXX	
Menos inventario final producto terminado	XXXX	
Costo de ventas		XXXX
Gastos variables de administración	XXXX	
Gastos variables de ventas	XXXX	
Total costos y gastos variables		XXXX
Margen de contribución		XXXX
Gastos fijos de administración	XXXX	
Gastos fijos de ventas	XXXX	
Costos fijos	XXXX	XXXX
Pérdida operacional		XXXX

Como puede observarse en el estado de resultado descrito anteriormente, la utilidad operacional es la resultante de restar del margen de contribución los componentes fijos del costo y gasto. Esto conlleva entonces a hacer la siguiente consideración: el margen de contribución, es lo que queda a las ventas para cubrir los costos y gastos fijos, después de que han sido deducidos de ésta los costos y gastos variables.

Al generar el estado de resultados por costeo variable, se encuentran diferencias respecto al estado de resultados hecho con la técnica tradicional¹, por cuanto existen discrepancias en los costos unitarios de producción. Si los inventarios iniciales y finales de producto terminado son cero, la utilidad operacional será la misma en costeo total o costeo variable, ya que todo lo producido fue vendido y cualquiera que sea el tratamiento dado al componente fijo, afectará de igual manera los resultados del ejercicio contable, siendo igual la utilidad operacional; ya que la diferencia reside en la ubicación del componente fijo dentro del estado de resultados. En costeo total, los costos fijos incrementaron el costo

¹ En el estado de resultados, se lleva al costo de producción todo lo incurrido en el proceso de transformar la materia prima en un producto final, lo que incluye entonces el componente fijo del costo. Por lo tanto, se afecta el costo unitario de producción, lo que incide en el costo de ventas y valor del inventario final.

de producción por lo que se afecta el costo de ventas, mientras que en costeo variable, el componente fijo se muestra por aparte disminuyendo el margen de contribución, con lo que la utilidad operacional permanece sin variación.

Cuando la producción excede las ventas, el inventario final es mayor al inventario inicial de producto terminado. Entonces, en costeo total por haberse incluido el componente fijo como costo, hay un mayor valor del inventario en razón a que el costo unitario es mayor por haberse incluido dentro del costo el componente fijo, por lo que la utilidad operacional será mayor con respecto a la técnica de costeo directo.

Si por el contrario, los inventarios finales de producto terminado disminuyen, esto quiere decir que se vendió no solamente lo producido en el periodo sino parte de las existencias que se tenían del periodo pasado. Este hecho hace que menos costos sean inventariados, por lo que la utilidad operacional en costeo total será menor que en costeo directo.

La descomposición de los costos en su componente fijo y variable, permite facilitar la toma de decisiones y realizar análisis acerca del volumen de ventas que se debe tener para estar en punto de equilibrio; es decir, si se supone que una empresa fabrica un solo producto y lo comercializa a un valor constante, llamado precio de venta el cual se denota (PV). Se asume también que en el proceso de producción se incurre en costos variables, gastos de administración y ventas variables, los cuales se llamaran respectivamente (CV, GAV, GVV). Si se efectúa la siguiente operación aritmética:

$$PV - (CV + GAV + GVV)$$

Se obtiene lo que se denomina el margen de contribución unitario, que no es más que lo que queda a las ventas después de cubrir el componente variable para sufragar los costos y gastos fijos.

Si los costos y gastos fijos se denotan por (CF y GF), al hacer el cálculo indicado enseguida:

$$\frac{CF + GF}{PV - (CV + GAV + GVV)}$$

Se obtiene la cantidad de unidades que deben ser vendidas para cubrir el componente fijo. Bajo esta situación lo que se calculó fue el punto de equilibrio; es decir, se determinó el número de unidades que deben ser vendidas para tener una utilidad operacional de cero pesos, por lo que se concluye lo siguiente:

$$\text{Punto _ Equilibrio} = \frac{CF + GF}{PV - (CV + GAV + GVV)}$$

Si se desea determinado nivel de utilidad operacional, el total de unidades a vender se podrá establecer con la siguiente expresión:

$$\text{Punto_Equilibrio} = \frac{CF + GF + UD}{PV - (CV + GAV + GVV)}$$

Donde UD= Utilidad deseada

El nivel de ventas para lograr un nivel de utilidad después de haber deducido impuestos, viene dada por:

$$\text{Punto_Equilibrio} = \frac{CF + GF + \frac{UDI}{1-T}}{PV - (CV + GAV + GVV)}$$

Donde

UDI = Utilidad deseada después de impuestos

T = Tasa impositiva

EJEMPLO 1.18

Fruver Ltda. está comprando actualmente una pieza requerida dentro de su producto líder a \$15, pero está considerando la posibilidad de fabricarla. El jefe de producción tiene dos alternativas para la fabricación de la pieza. La primera involucra costos fijos de \$12.000 por periodo y costos variables de \$9 por unidad; la segunda alternativa involucra costos fijos de \$20.000 y variables de \$7 por unidad.

¿A qué volumen de producción se justifica fabricar la pieza?

¿Si la producción es de 3.100 unidades qué se debería hacer?

Lo primero que se debe hacer es decidir si se compra la pieza o se fabrica.

Alternativa A

$$12.000 + 9X < 15X$$

$$12.000 < 15X - 9X$$

$$12.000 < 6X$$

$$2.000 < X$$

Alternativa B

$$20.000 + 7x < 15X$$

$$20.000 < 15X - 7X$$

$$20.000 < 8X$$

$$2500 < X$$

Se debe fabricar la pieza cuando la producción sea mayor a 2.000 unidades.

Al fabricar la pieza, se debe observar bajo que alternativa se hace:

Alternativa A

$$\text{Costo}_{total} = 12.000 + 9X$$

Alternativa B

$$\text{Costo}_{total} = 20.000 + 7X$$

Igualando las dos ecuaciones y despejando de ellas X, se tiene:

$$12.000 + 9X = 20.000 + 7X$$

$$9X - 7X = 20.000 - 12.000$$

$$2X = 8000$$

$$X = 4.000$$

Para 5.000 Unidades

$$\text{Alternativa}_A = 12.000 + (9)(5.000) = 57.000$$

$$\text{Alternativa}_B = 20.000 + (7)(5.000) = 55.000$$

Si la cantidad requerida es menor a 2.000 se debe comprar.

Si las necesidades son mayores a 2.000 y menores de 4.000, se debe fabricar la pieza bajo la alternativa A.

Si las necesidades son mayores a 4.000 unidades, se debe fabricar la pieza bajo la alternativa B.

Costos generados al producir 3.100 unidades:

$$\text{Alternativa A } 12.000 + (3100)(9) = 39.900$$

$$\text{Alternativa B } 20.000 + (7)(3100) = 41.700$$

Debe comprar bajo la alternativa A.

EJEMPLO 1.19

Una empresa estima unos costos de producción fijos de \$20.000 más \$46 por unidad. Los costos de ventas y administración se estiman en \$150.000 más \$6 por unidad. La capacidad ideal es de 1.000 unidades.

¿Cuál será el costo por unidad a capacidad ideal?

Si la capacidad normal es del 85% de la capacidad ideal ¿cuál será el costo unitario del producto a esta capacidad?

Suponiendo que la empresa vende todos sus productos en su capacidad normal. ¿Qué precio de venta tendría que determinar para obtener una utilidad del 20% sobre las ventas?

Costos fijos de producción = 20.000

Costos de ventas y administración fijo = 150.000

Costos de ventas y administración variable = 6

Capacidad ideal = 1000 unidades

Costo variable = 46

Costo producción a capacidad ideal en costeo total.

$$\text{Costo Producción} = 20.000 + (1000)(46) = 66.000$$

$$\text{Costo Unitario} = \left(\frac{66.000}{1.000} \right) = 66$$

Costo de producción a capacidad del 85% en costeo total.

$$\text{Costo Producción} = 20.000 + (1000)(46)(0.85) = 59.100$$

$$\text{Costo Unitario} = \left(\frac{59.100}{850} \right) = 69.52$$

Nótese como varía el costo según el volumen de producción cuando se utiliza la técnica de costeo total y la imposibilidad que se tiene para establecer el precio de venta con el margen indicado, por la variabilidad que presenta el costo unitario. Ante esta situación se emplea el costeo directo, ya que solo así es posible estabilizar el costo y fijar el precio de venta, que con el margen indicado sería:

$$\text{Precio}_{\text{venta}} = \frac{\text{Costo}_{\text{variable}} + \text{Gasto}_{\text{variable}}}{1 - \text{Margen}} = \frac{46 + 6}{0.80} = 65$$

EJEMPLO 1.20

Los costos totales de producción para una empresa se estimaron en \$300.000 para 50.000 unidades y en \$316.000 para 60.000 unidades.

¿Cuál es el costo de producir 40.000 unidades? ¿Cuáles son los costos fijos?

$$CT = CF + CV$$

$$300.000 = CF + CV (50.000)$$

$$316.000 = CF + CV (60.000)$$

$$300.000 = CF + CV (50.000)$$

$$CF = -50.000 CV + 300.000$$

$$316.000 = CF + CV (60.000)$$

$$CF = -60.000 CV + 316.000 \text{ Sustituyendo, se tiene:}$$

$$-50.000 CV + 300.000 = -60.000 CV + 316.000$$

$$16.000 = 10.000 CV$$

$$1.6 = CV$$

$$CF = -60.000(1.6) + 316.000$$

$$CF = 220.000$$

Los costos fijos son de 220.000

$$CT = 40.000(1.6) + 220.000$$

$$CT = 284.000$$

Los costos totales para producir 40.000 unidades son de \$284.000

EJEMPLO 1.21

El gerente de una empresa fabricante de juguetes para niños, muestra la siguiente información financiera para el año que acaba de terminar.

Ventas	\$ 45.000.000
Costos de ventas	\$ 28.000.000
Utilidad bruta en ventas	\$ 17.000.000

Gastos operacionales	
Administración y ventas	\$ 13.650.000
Utilidad operacional	\$ 3.350.000

Durante el año la empresa vendió 2.500 unidades producidas; los costos fijos de producción fueron de \$16.000.000 y los gastos fijos ascendieron a \$5.500.000. Las comisiones sobre ventas son del 3%, las cuales se encuentran en los gastos operacionales.

En este momento, la empresa recibió la solicitud de Kokoriko de fabricar 500 de sus juguetes, los cuales pretende usar en promociones especiales y para el efecto se les debe colocar un logotipo especial, trabajo por el cual percibiría un ingreso de \$4.600.000. El contador al hacer los cálculos, logró establecer que si acepta la orden, los costos unitarios por efecto de estampar el logotipo se incrementan en \$1.200. Ante esta situación, ¿debería la empresa aceptar la solicitud de Kokoriko y producir los juguetes?

$$CV = \left[\frac{28.000.000 - 16.000.000}{2500} \right] = 4800$$

Costo al producir las 500 unidades

Por producción $4.800 * 500 = 2.400.000$

Por logotipo $500 * 1.200 = 600.000$

Total costos variables 3.000.000

Gastos variables

Gasto variable al producir 500 unidades

$$GV = \left[\frac{13.650.000 - 5.500.000}{2.500} \right] * 500 = 1.630.000$$

En resumen se tiene lo siguiente:

Ingresos por ventas	4.600.000
Costo variable	3.000.000
Total gastos variables	1.630.000
Valor total de costos y gastos	4.630.000
Pérdida	- 30.000

La empresa no debería aceptar la solicitud ya que el valor ofrecido no alcanza para cubrir los costos y gastos variables al producir las 500 unidades.

EJEMPLO 1.22

Un minorista de artículos deportivos está considerando automatizar su proceso productivo, para efecto se le presentan dos posibles alternativas, cada una de las cuales genera los costos que se indican en el cuadro siguiente:

CONCEPTO	ALTERNATIVA 1	ALTERNATIVA 2
Costos fijos	200.000	400.000
Costos variables	8	4
Numero de unidades a producir	70.000	70.000

¿Para cuál volumen de producción se debe preferir la alternativa A? ¿Para cuál volumen la alternativa B?

$$\text{Costo}_{\text{Total}} = \text{Costo}_{\text{Fijo}} + (\text{Costo}_{\text{Variable}})(\text{No}_{\text{Unidades}})$$

Igualando las dos alternativas se tiene:

$$200.000 + (8)(X) = 400.000 + (4)(X)$$

$$8X - 4X = 400.000 - 200.000$$

$$4X = 200.000$$

$$X = 50.000$$

Para una producción de 50.000 unidades es indistinta la alternativa, ahora los costos para 70.000 unidades serán:

ALTERNATIVA 1.

Costo total: $200.000 + 8(70.000)$: 760.000

ALTERNATIVA 2.

Costo total: $400.000 + 4(70.000)$: 680.000

Como el costo en la alternativa dos es menor que en la alternativa uno, quiere decir esto que para una producción mayor a 50.000 unidades se debe preferir la alternativa dos. Si la producción es menor de 50.000 unidades se debe preferir la alternativa uno.

EJEMPLO 1.23

Pizza Factory abrió recientemente un local en el sector del Cable. El propietario desea hacer un cálculo aproximado de los costos de producción que se espera va a incurrir en el próximo mes y sabe que el periodo que acaba de transcurrir es representativo de lo que se espera en el futuro. El estado de resultados es el siguiente:

Ventas		28.300.000	
Costo de ventas (1)		20.335.000	
Utilidad bruta operacional		7.965.000	
Gastos operacionales			
Arriendo	2.300.000		
Dep. muebles y enseres	15.000		
Servicios públicos	860.000		
Sueldos (2)	1.650.000	<u>4.825.000</u>	
Utilidad operacional			3.140.000

1. La depreciación de la maquinaria y equipo es el único componente fijo en producción y vale \$35.000

2. El personal vinculado con contrato fijo y salario constante es de \$1.650.000

Nota: El precio de venta por unidad es de \$14.150

Nota: Cada pizza vendida es entregada con una gaseosa de 1.5 litros cuyo valor de compra es de \$2.200

- Si para el próximo mes espera vender 900 pizzas. ¿Cuál será la utilidad esperada bajo la técnica de costeo variable?
- Él piensa ofrecer servicios a domicilio. Considera que para esto puede contratar un motociclista para que haga las entregas, por lo cual le pagaría \$2.000 por pizza entregada. ¿Debería implementar este servicio, si no va a incrementar el precio de venta por efecto de la entrega domiciliaria?

$$\text{Unidades vendidas} = \left(\frac{28.300.000}{14.150} \right) = 2.000$$

$$\text{Costos Variables} = \left(\frac{20.335.000 - 35.000}{2.000} \right) = 10.150$$

$$\text{Gastos Variables} = \left(\frac{860.000}{2.000} \right) = 430$$

Estado de resultados para una venta de 900 unidades con costeo directo.

Ventas		12.735.000
Menos costos del producto terminado y vendido		
Costo variable del producto	9.135.000	
Más Inventario inicial de Producto Terminado	-	
Mercancía disponible para venta	9.135.000	
Menos Inventario Final de Mercancía	-	9.135.000
Gastos variables de Administración		387.000
Gastos Variables de Ventas		-

Margen de Contribución		3.213.000
Menos Gastos Fijos		
Arriendo	2.300.000	
Depreciación Muebles y Enseres	15.000	
Sueldos	1.650.000	3.965.000
Menos Costos Fijos		
Depreciación Maquinaria		35.000
Pérdida Operacional	-	787.000

Utilidad en venta de Pizza a domicilio	
Precio Venta	14.150
Costo unidad	10.150
Transporte	2.000
Gastos Variables	430
Utilidad por Unidad	1.570

Bajo esta situación debe implementar los domicilios.

EJEMPLO 1.24

El Dorado Hamburguesas, es una empresa recientemente constituida y se dedica a la producción y comercialización de hamburguesas de 140 gramos. Con el ánimo de generar un mayor control y una mejor planeación administrativa y de producción, la empresa está interesada en establecer lo que sería el costo de su producto, margen de rentabilidad y generar políticas de administración de recursos y de ventas. Para ello se sabe lo siguiente:

Compra hamburguesas precongeladas de un distribuidor que las vende en paquetes de 20 unidades a un costo de \$25.000.

Los panes para hamburguesa son adquiridos de la panadería La Victoria a un costo de \$250 por unidad, pero por ser compras al por mayor la empresa obsequia un pan por cada cuatro que se compre.

Cada hamburguesa es acompañada por dos pepinillos, los cuales se adquieren a un costo de \$8.500 por galón, éste trae la cantidad suficiente para abastecer un pedido de 50 hamburguesas; en el supuesto caso que las rodajas vengan enteras, situación poco usual, ya que normalmente se pierde un 10% por encontrarse los pepinillos partidos o deshechos, los cuales no pueden ser empleados.

Diariamente se compran 3 kilos de tomate para una producción de 40 hamburguesas, si se requiere una mayor cantidad sólo basta con pedirlo a la tienda de enseguida que lo suministra, consecuentemente el tomate que no sea consumido en el día que se

adquiere, debe desecharse para garantizar la calidad de la hamburguesa. El costo del kilo es de \$2.000.

La hamburguesa se acompaña de dos tajadas de queso doble crema, que es adquirido en bloques de 2 kilos por un valor de \$22.000, este queso es previamente partido y de él se sacan 80 porciones.

Las salsas de tomate, mayonesa y mostaza son adquiridas cada una en unidades de galón a un costo unitario de \$45.000 y cada galón satisface una producción de 200 hamburguesas. No todos los clientes consumen estos aditamentos al pedir la hamburguesa, pero lo regular es que una gran mayoría lo haga.

Hay una persona encargada de hacer la hamburguesa y por su labor recibe un salario fijo de \$580.000.

Con la información anterior debe responder:

1. De la clasificación de los costos. ¿Cuál utilizaría para establecer el costo unitario de la hamburguesa? JUSTIFIQUE.
2. Determine el costo unitario de la hamburguesa
3. Si el precio de venta se estableció en \$4.200. ¿Cuántas unidades debe vender, si desea obtener una utilidad antes de impuestos de \$3.000.000?
4. Un asesor manifiesta lo siguiente: Al generar los Estados Financieros en forma mensual y hablando específicamente del estado de resultados, se toma el costo de ventas, que al dividirlo por el número de unidades vendidas se determinan los costos unitarios de producción. Los valores unitarios obtenidos pueden ser comparables y de la variabilidad encontrada tomar acciones. ¿Qué comentarios le merece esta apreciación? ¿Está usted de acuerdo?

1. Para la determinación del costo unitario, se debería emplear costos estimados, utilizando la técnica de Costeo Directo o Variable.

2. Cálculos efectuados para determinar el costo de la hamburguesa

Materia prima		
Hamburguesa	$(25.000/20) =$	1250.00
Pan		200.00
Pepinillos	$(8500/(50 \times 0.9) =$	188,88
Tomate		150.00
Queso	$(22000/40) =$	550.00
Mostaza	$(45.000/200) =$	225.00
Mayonesa		225.00
Salsa de tomate		225.00
Costo total material		3.013.88

3. Establecimiento de unidades a vender para la utilidad deseada.

$$PE = \left[\frac{CF + GF + UD}{PV - (CV + GV)} \right] = \left[\frac{580.000 + 3.000.000}{4.200 - 3013.88} \right] = 3.018$$

4. Comentarios respecto a la recomendación del asesor.

No estoy de acuerdo, ya que en el estado de resultados aparece el estado de costo de producción, calculado bajo la técnica de costeo total. Esta situación genera variabilidad en los costos unitarios por la incidencia de los costos fijos y si se hacen comparaciones, estas pueden llevar a conclusiones erradas por cuanto el volumen de producción ha generado incidencias notorias. Lo prudente sería tomar el costo de producción y quitarle el componente fijo, de forma que al dividir por el número de unidades producidas, se obtendría el costo variable por unidad que debería ser igual si no se han presentado variaciones en los elementos del costo.

EJEMPLO 1.25

El grado 11 de un colegio, está planeando su baile de fin de año, ya que éste representa su principal fuente de ingresos para realizar el viaje a San Andrés. La orquesta que desea contratar, ha planeado tres formas de contrato a saber:

1. Pagar 6000 por cada persona que asista.
2. Pagar 1.500.000 más 2.000 por persona que asista.
3. Una cuota fija de 3.500.000

Si los boletos para el baile se venden a \$8000 por persona y se estimó un ingreso de 800 personas, pero en realidad ingresaron 1200. ¿Cuál fue el costo por el error en esta estimación?

1. $6000 * 800 = 4.800.000$ (costo estimado si se toma la opción 1).
2. $1.500.000 + 2000 (800) = 3.100.000$ (costo estimado si se toma la opción 2).
3. 3.500.000 (si se toma la opción 3).

Bajo la anterior situación, la opción con la cual se contrató la orquesta es la segunda; es decir, por \$ 3.100.

Al evento asistieron 1200 personas, razón por la cual se canceló lo siguiente:

$$1.500.000 + 1.200 * 2.000 = 3.900.000$$

Si se hubiera estimado bien el número de personas, los cálculos efectuados para establecer la opción antes de hacer el contrato son:

1. $6000 * 1.200 = 7.200.000$ (costo real si se hubiera tomado la opción 1).
2. $1.500.000 + 2000 (1.200) = 3.900.000$ (costo real si se hubiera tomado la opción 2).
3. $3.500.000$ (costo real si se hubiera tomado la opción 3).

Al comparar los distintos resultados es claro que la opción que se debía tomar es la tres, por lo tanto el error en la estimación será:

$$3.900.000 - 3.500.000 = 400.000$$

EJEMPLO 1.26

Jorge Rivera, fue un empleado de contabilidad para la Cía Superior Ltda., la cual tiene su planta en Medellín. Su responsabilidad era llevar los libros de inventarios para la empresa. Una noche, Jorge se llevó una relación completa del inventario de la empresa y desde entonces no se sabe nada de él.

La empresa está ahora tratando de determinar la cantidad del inventario que fue robado y su valor. Con base en el balance general del año pasado podemos determinar que la empresa tenía 5.000 libras de materias primas en existencia con costo de \$15.000; no se tenían inventarios de productos en proceso y se tenían 2.000 unidades de inventario de producto terminado con costo de \$50.000. Los registros de ventas señalan que la empresa tuvo ventas para el presente periodo por \$600.000; sus productos se venden en \$30 por unidad. Después del robo, Superior Ltda. contó su inventario. Se tenían 4000 libras de materias primas, no se tenían inventarios en proceso y tan sólo se tenían 200 unidades de productos terminados (aparentemente Jorge no se enteró de ellos).

Con base en el diario de compras, se observa que la empresa adquirió 80.000 libras de materiales en \$240.000.

El registro de nóminas señala que la compañía pagó mano de obra directa por \$486.000 durante el periodo. Los gastos de fabricación constituyen el 60% del costo de mano de obra directa. Se requieren 2 libras de materiales para fabricar 1 unidad de producto.

Se pide:

1. ¿Cuántas unidades fueron robadas?
2. ¿Cuál fue el valor del material robado?
3. ¿Cuál es el costo de producción para el periodo?

Resumen Información

Inventario inicial materia prima	5.000 lb.	\$ 3	\$ 15.000
Inv. inicial productos proceso	0		
Inv. inicial producto terminado	2.000 ud	25	50.000
Ventas	20.000 uds.	30	600.000
Inv. final materia prima	4.000 lb.		
Inv. final productos proceso	0		
Inv. final producto terminado	200 ud.		
Compras	80.000 lb.	3	240.000
Mano obra directa			486.000
Carga fabril			291.600

Cada unidad requiere 2 Kg. de material

Inventario final producto terminado	200
Ventas	<u>20.000</u>
Total requerido	20.200
Menos inventario inicial producto terminado	<u>2.000</u>
Total producción	18.200
Materia prima requerida por unidad	2 lb.
Total material para producir 18.200 ud.	36.400 lb.
Inventario inicial materia prima	5.000
Compras	<u>80.000</u>
Materia prima disponible	85.000
Inventario final materia prima	<u>4.000</u>
Material trasladado a producción	81.000

Material trasladado a producción según juego inventarios	81.000 lb.
Material consumido en producto terminado	36.400 lb.
Diferencia	44.600 lb.
Material perdido	44.600 lb.
Valor pérdida	\$ 133.800

Cada unidad de inventario inicial de materia prima estaba valorada en \$3, las compras fueron de \$ 3; por lo tanto, el inventario de material perdido se debe valorar en \$ 3.

Costo material consumido en producción (36.400) (3) =	109.200
Costo mano obra	486.000
Valor carga fabril	291.600
Costo de producción	886.800

La materia prima perdida se debe llevar como un gasto no operacional.

EJEMPLO 1.27

Suponga que al fabricar un producto se incurren en costos de producción por unidad así: Material directo \$800, mano obra directa \$300. La administración está mirando la posibilidad de sustituir materias primas con otras diferentes, de hacer esto, logra una reducción del costo de material del 5%, por lo que el valor de la mano de obra deberá aumentar en un 10% sin tener en cuenta un aumento general en salarios fijado por el gobierno nacional, que representa un incremento adicional del 6% sobre el costo actual que se tiene de la mano de obra directa.

Bajo la anterior situación, ¿usted considera conveniente cambiar el material utilizado en la producción?

Situación actual

Material directo	800
Mano obra directa	300
Incremento adicional mano obra	18
Valor total	1.118

Situación alterna

Material directo $(800)(0.95)$	760
Mano obra $(300 + 18)(1.10)$	350
Valor total	1.110

Por lo tanto, se debe cambiar el material utilizado, ya que se logra una reducción en los costos.

EJEMPLO 1.28

Surtifruti, es una empresa que acaba de construir sus instalaciones en la zona industrial de la ciudad de Manizales. La capacidad de la planta productora a un nivel de producción del 100% es de 19.500 unidades con un costo de \$ 43.000.000 más 36.500 por unidad. Si en el primer mes la fábrica laboró a un 65% de su capacidad determine:

Costo por unidad bajo el costeo total
Costo por unidad bajo costeo variable

Teniendo presente que todas las unidades producidas se vendieron, ¿qué efecto tuvo en la utilidad bruta el no haber trabajado al 100% de su capacidad? Justifique.

Capacidad al 100% produce 19.500 Unidades
Capacidad al 65% produce 12.675 Unidades

$$\text{Costo}_{\text{Capacidad Total}} = 43.000.000 + (36.500 * 19.500) = 754.750.000$$

$$\text{CostoUnitario} = \left(\frac{754.750.000}{19.500} \right) = 38.705$$

$$\text{Costo}_{\text{Capacidad 65\%}} = 43.000.000 + (36.500 * 12.675) = 505.637.500$$

$$\text{CostoUnitario} = \left(\frac{505.637.500}{12.675} \right) = 39.893$$

La empresa por no haber trabajado al 100% de su capacidad debido a la técnica de costeo total generó un mayor costo unitario e incrementó el valor del inventario de productos terminados, por lo tanto motivó un mayor costo de ventas y una menor utilidad.

En costeo variable, el costo por unidad en cualquier caso será de \$36.500

EJEMPLO 1.29

El departamento de ingeniería de la compañía anterior logró establecer que de todo el material que se lleva a proceso de producción un 10% no es posible utilizarlo por el proceso de selección que se sigue, pero puede ser vendido generando unos ingresos de \$3.000 por kilo; la parte restante, es decir, el 90% se reduce a la mitad de su peso. Si se sabe que la materia prima del producto final pesa 2 libras y teniendo presente que el departamento de contabilidad informa que durante el mes hubo 5.000 kilos trasladados a producción por un valor total de \$15.000.000, se desea conocer:

- ¿Cuál es el costo de la materia prima en cada unidad de producto terminado?
- ¿Cuántas unidades de producto terminado debieron salir con el material llevado a producción? ¿Qué supuesto tuvo que hacer? JUSTIFIQUE.

Se hace necesario determinar la cantidad de material que se debe llevar a producción para obtener una unidad de producto final. Para conocer esto, se debe realizar el siguiente proceso:

$$\text{Peso}_{\text{Producto}} = \frac{1.000}{0.5} = 2.000$$

$$\text{Peso}_{\text{Inicial}} = \frac{2.000}{0.9} = 2.222$$

$$\text{Pasando}_{\text{a}}_{\text{Kgs}} = \frac{2.222}{1.000} = 2.22\text{Kgs}$$

$$\text{Costo del Kilo } \frac{15.000.000}{5.000} = 3.000$$

$$\text{Costo de la materia prima } (3.000)(2.22) = 6.660$$

La cantidad de unidades de producto terminado con los 5.000 trasladados a producción son:

$$\text{Unidades de producto terminado } \frac{5.000}{2.22} = 2252 \text{ Unidades}$$

Se asumió que la cantidad de peso que pierde el producto durante el proceso de producción permaneció invariable.

EJEMPLO 1.30

Pizza Factory abrió recientemente un local en el sector del Cable. El propietario desea hacer un cálculo aproximado de los costos de producción que se espera va a incurrir en el próximo mes y sabe que el periodo que acaba de transcurrir es representativo de lo que se espera en el futuro. La información que posee hasta ahora y con la que espera efectuar los cálculos es la siguiente:

Implementos por unidad de pizza (quesos, peperones, pollo)	4.300
Masa para la pizza	1500
Servilletas, platos, copas (desechables)	150
Arriendo	2.300.000
Depreciación horno	35.000
Depreciación muebles de zona de atención	15.000
Servicios públicos	860.000
Sueldo gerente	1.200.000
Sueldo vendedores	450.000
Valor pagado a cocinero por pizza vendida	2.000
Gaseosa 1.5 litros	2.200
Unidades vendidas	700
Precio venta unidad	14.500

Nota: Cada pizza vendida es entregada con una gaseosa de 1.5 litros

Si para el próximo mes espera vender 900 pizzas. ¿Cuál será la utilidad esperada bajo la técnica de costeo total?

¿Cuál sería la utilidad bajo la técnica de costeo variable?

¿Qué se puede decir de los resultados obtenidos en estas dos técnicas? ¿Por qué ocurre esto?

El gerente está considerando la posibilidad de ofrecer servicios a domicilio. Considera que para esto puede contratar un motociclista, el cual permanecería en la empresa y le

pagaría 3.000 por cada unidad efectivamente entregada. ¿Debería implementar este servicio, si no va a incrementar el precio de venta por efecto de la entrega domiciliaria?

Costos variables		
Implementos (quesos, peperones, pollo)	4.300	
Masa para la pizza	1500	
Servilletas, platos, copas (desechables)	150	
Valor pagado a cocinero por pizza vendida	2.000	
Gaseosa 1.5 litros	<u>2.200</u>	<u>10.150</u>

Costos fijos		
Depreciación horno	<u>35.000</u>	<u>35.000</u>

Gastos variables		
Servicios públicos	$(860.000/700) = 1.228.57$	1.228.57

Gastos fijos		
Depreciación muebles de zona de atención	15.000	
Sueldo gerente	1.200.000	
Arriendo	2.300.000	
Sueldo vendedores	<u>450.000</u>	<u>3.965.000</u>

Unidades vendidas	700
Precio venta unidad	14.500

Costo para 900 unidades por costeo total
 Costo producción = $(35.000 + (900)(10.150)) = 9.170.000$

Utilidad por costeo total

Ventas		13.050.000
Costo de ventas		9.170.000
Utilidad bruta operacional		3.880.000
Gastos operacionales		
Administración		
Arriendo	2.300.000	
Servicios públicos	$(1.228.57)(900) = 1.105.713$	
Salarios	1.200.000	4.605.713
Ventas		
Depreciación	15.000	
Salarios	450.000	465.000

Pérdida operacional **1.190.713**

Utilidad por costeo variable

Ventas		13.050.000
Menos costos del producto terminado y vendido		
Costo variable del producto	9.135.000	
Más Inventario inicial de Producto Terminado	-	
Mercancía disponible para venta	9.135.000	
Menos Inventario Final de Mercancía	-	9.135.000
Gastos variables de Administración		1.105.713
Gastos Variables de Ventas		-
Margen de Contribución		2.809.287
Menos Gastos Fijos		
Salarios	1.650.000	
Depreciación	15.000	
Arriendo	2.300.000	3.965.000
Menos Costos Fijos		
Depreciación		35.000
Pérdida Operacional	-	1.190.713

Las dos técnicas arrojan la misma pérdida operacional ya que no existen inventarios iniciales ni finales de productos terminados

Precio venta por unidad		14.500
Costo variable por unidad	10.150	
Costo de transporte	3.000	
Gastos variables	<u>1.228</u>	<u>14.378</u>
Margen de utilidad		122

La empresa en este momento está arrojando pérdidas en razón a que nivel de ventas es muy bajo y no cubre el componente fijo por lo que es prudente aumentarlas; bajo la anterior situación es conveniente implementar los servicios a domicilio ya que el producto da un margen de 4122 por unidad sin cubrir los costos de la entrega, pero es conveniente replantear los gastos de esta entrega ya que 3000 por unidad es demasiado alto.

EJEMPLO 1.31

Para el año que acaba de terminar una compañía incurrió en una pérdida operacional de \$ 90.000 y es muy probable que ésta se vuelva a presentar este año, a no ser que de alguna manera logre incrementar el nivel de ventas. La fábrica tiene una capacidad de

120.000 horas máquina por mes, pero ha estado operando solo al 60% de su capacidad instalada. Los costos indirectos de fabricación se asignan con base en las horas máquina y para el presente año la tasa es de \$ 1200 por hora laborada de los cuales \$ 700 corresponden al componente fijo y \$500 al componente variable.

En este momento acaba de recibir una solicitud de una cadena grande de almacenes respecto a la fabricación de 15000 unidades de un producto que a la fecha no produce y está considerando la posibilidad de fabricarlo ya que con esto aumenta la producción de la planta y puede mejorar su volumen de ventas. Los siguientes son los costos estimados si la empresa entra a producir el nuevo producto:

Horas máquina por unidad	3
Material directo por unidad	\$7500
Mano de obra directa por unidad	\$ 3200
Gastos de venta por unidad	\$ 1200

Sabe que al fabricar el producto los gastos de administración se incrementan en \$24.000.000 y los costos y gastos fijos no presentarán variaciones con el nuevo producto.

Si la cadena de tiendas ha ofrecido pagar la suma de \$ 18500 por unidad. Deberá la empresa realizar el nuevo producto. JUSTIFIQUE

Capacidad planta	120.000	Material directo por unidad	7.500
Operación 60%	72.000	Mano Obra directa unidad	3.200
Capacidad ociosa	48.000	Gtos ventas por unidad	1.200
Carga fabril por hora	500	Gtos administración por Ud.	1.600
Unidades a producir	15.000	Carga fabril variable	1.500
Horas por unidad	3	Total costos y gastos variables	15.000
Capacidad requerida	45.000	Precio de venta	18.500
		Utilidad por unidad vendida	3.500

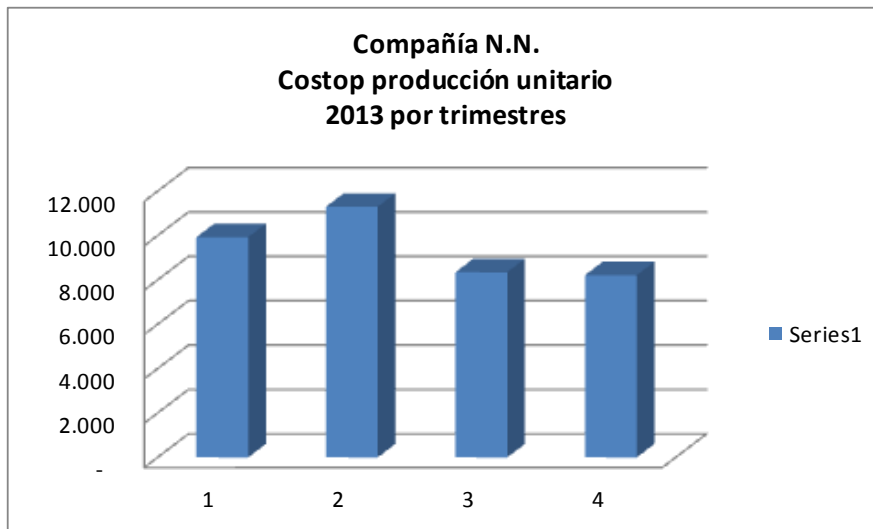
La empresa tiene capacidad instalada para fabricar el producto. Como existe una utilidad de 3.000 por unidad vendida, es posible que la empresa genere nuevas utilidades por \$ 52.500.000 (3500 * 15.000) si mantiene por lo menos el mismo nivel de ventas del año anterior y con las utilidades del nuevo producto solucionar los problemas que la vienen aquejando. Bajo la anterior situación debe fabricar el producto.

EJEMPLO 1.32

2. En el informe presentado a una junta directiva se lee lo siguiente: “Se realizó una proyección de lo que serán los estados financieros para el año 2013 con el objeto de analizar los efectos de las nuevas políticas administrativas que desea implementar la gerencia. Para esto nos basamos en el nivel de producción, determinado por el volumen de ventas y las políticas de inventarios. La información tenida en cuenta para realizar los cálculos es suministrada en el cuadro No1, donde aparece el costo

unitario, obtenido al efectuar el cociente entre el costo total de producción con las unidades producida para cada trimestre. Los valores obtenidos se suministran en el gráfico que aparece en la parte inferior, donde se puede apreciar la variabilidad del costo y con el fin de estabilizarlo se decidió tomar un costo promedio trimestral el cual ascendió a la suma de \$8.962 Como el precio de venta es de \$13.000, se genera un margen de contribución de \$4.038 por unidad vendida. Bajo la anterior situación, si la empresa con las nuevas políticas de venta desea generar una utilidad operacional de \$35.000.000, debe vender al menos 20.552 unidades”.

Compañía N.N.					
Producción y Costos Generados					
2013					
Trimestre	1	2	3	4	Total
Producción	3.500	2.500	6.500	7.000	19.500
Costos Fijos	12.000.000	12.000.000	12.000.000	12.000.000	48.000.000
Costo Total	34.750.000	28.250.000	54.250.000	57.500.000	174.750.000



Efectúe los comentarios que considere pertinentes. **JUSTIFIQUE MUY BIEN.**

Al hacer una lectura detenida sobre el informe presentado, se encuentran varias inconsistencias que están llevando a errores que afectarán las decisiones y políticas administrativas que se piensan implementar.

En primer lugar se lee en el documento que existe una variabilidad en el costo unitario y se hace una representación gráfica en la cual se observa con claridad como el costo unitario cambia trimestre a trimestre. Es importante aclarar que esta modificación obedece al hecho de incluir los costos fijos dentro del establecimiento del costo, ya que al existir variaciones en la cantidad producida, el costo unitario será menor en los meses en los cuales se presente mayor producción, en razón a que se absorbe de mejor manera el componente fijo.

Si se quiere estabilizar el costo, es un error trabajar con promedios ya que existen procedimientos mucho más técnicos y precisos que suministran una mejor información. Por este motivo, se debe clasificar los costos según su comportamiento y utilizar la técnica de costeo directo o variable, que se caracteriza por considerar como costo solo el componente variable de los costos incurridos en el proceso productivo. En el cuadro que se suministra enseguida, se establece los costos unitarios para cada trimestre del año 2013 con esta técnica y se ve con claridad como el costo unitario del producto permanece constante.

Compañía N.N
Producción y costos generados
2013

Trimestre	1	2	3	4	Total
Producción	3,500	2,500	6,500	7,000	19,500
Costos Fijos	12,000,000	12,000,000	12,000,000	12,000,000	48,000,000
Costo total	34,750,000	28,250,000	54,250,000	57,500,000	174,750,000
Cto Variable total	22,750,000	16,250,000	42,250,000	45,500,000	126,750,000
Cto variable ud	6,500	6,500	6,500	6,500	6,500

Utilidad deseada	35,000,000	Precio de venta	13,000
Costo Fijo	48,000,000	Costo variable	6,500
Total	83,000,000	Margen de contribución	6,500
Unidades a vender para utilidad deseada. (83000000/6500)			12,769

En segundo lugar debe aclararse que el margen de contribución se obtiene al establecer la diferencia entre el precio de venta con los costos y gastos variables y nunca con los costos obtenidos mediante la técnica de costeo total como se observa en el informe. Por este motivo no solamente hay errores en la determinación del margen sino en el número de unidades a vender para obtener la utilidad deseada, ya que las unidades a vender no deben ser de 20.552 sino de 12.769. Esta situación puede ser muy peligrosa, ya que por el error cometido se puede establecer un nivel de ventas inalcanzable, lo cual implicaría modificaciones a las políticas administrativas de ventas y otra serie de

medidas que pueden ser inapropiadas y todo como consecuencia de un error conceptual.

EJEMPLO 1.33

3. Al observar la información financiera de los estados de resultados presupuestados y reales para el año que acaba de concluir, se extractó la siguiente información:

Información Presupuestada

Producción 25.000 unidades

Carga fabril fija 38.000.000

Costo unitario por costeo total \$6.120

Información Real

La carga fabril fija no presentó variación con lo presupuestado

La producción real fue de 20.000 unidades

Costo unitario de producción por costeo total \$ 6.500.

La gerencia está incomoda ya que debe justificar el incremento de \$ 380 pesos en costo unitario y sabe que a los asociados les debe dar claras indicaciones de lo que ocurrió, ya que el incremento afectó la utilidad operacional de la empresa. Por este motivo se llamará al jefe de producción a rendir descargos por la ineficiencia que tuvo como consecuencia el incremento en el costo. Si usted es el jefe de producción, ¿cómo se prepararía para los descargos que debe rendir?

Al comparar la información real con la presupuestada se llega a las siguientes situaciones: La carga fija permaneció sin variación, ya que en ambos casos su valor ascendió a \$38.000.000. Esto establece un costo unitario fijo presupuestado de \$1520, lo que determina un costo variable presupuestado de \$4.600 ($6120 - 1520$). Al efectuar nuevamente los cálculos anteriores con la información real, los costos fijos por unidad son de 1900 y los variables de 4.600 ($6500 - 1900$). Como puede observarse con claridad, la carga fabril variable no presentó modificación alguna como tampoco ocurrió con los costos fijos. Esta situación libera de toda responsabilidad al jefe de producción ya que los costos presupuestados concuerdan con lo real y la diferencia establecida al efectuar la comparación, obedece a la técnica de costeo utilizada, ya que se está empleando la técnica de costeo total en la cual los costos fijos tienen gran incidencia en la determinación del costo unitario, esto en razón a que al aumentar el volumen de producción los costos unitarios disminuyen por el mayor aprovechamiento que se hace de la capacidad instalada.

EJEMPLO 1.34

Manjares del Valle es una empresa que se dedica a la producción de arequipe que comercializa en presentaciones de 50, 125, 250, 500 gramos. Durante el año que acaba de transcurrir presenta la siguiente información financiera sobre la producción y venta de este producto.

MANJARES DEL VALLE				Información Adicional		
ESTADO DE RESULTADOS				Material directo		
DEL 1 DE ENERO AL 31 DE DICIEMBRE						
Ventas			39,100,000	Leche		5,913,875
Costo de ventas				Panela		2,688,125
Inv Ini Prod Term		0		Azúcar		2,150,500
costo de productos terminados	21,504,800			Mano obra	Horas laboradas	Tarifa
Mercancia disponible vta	21,504,800			Depto mezclado	1,964	2300
Inv Final Prod Ter	1,720,326	19,784,474		Depto cocción	1,672	1800
Utilidad Bruta operacional		19,315,526		Carga fabril		
Gastos operacionales				Arriendo		1,600,000
Administración	8,600,000			Servicios		450,000
Ventas	4,950,000	13,550,000		Mantenimiento		220,000
Utilidad operacional		5,765,526		Aseo		120,000
				Depreciación		100,000
				Salarios jefe producción		735,750
				Cantidad Producida		5,000 libras

Nota: Mantenimiento es un servicio que fue contratado por la empresa a un año de la cual hace amortizaciones fijas mensuales.

Aseo: Hace referencia a implementos.

1. Con base en la información anterior determine la cantidad de kilogramos que se deben vender para estar en punto de equilibrio, si se sabe que no se esperan alzas en los costos y gastos. De estos últimos, el 15% y 20% de los gastos de administración y ventas respectivamente son fijos.

$$PE = \frac{CF + GF}{PV - (CV + GV)}$$

Costos fijos

Arriendo	1.600.000
Mantenimiento	220.000
Depreciación	100.000
Salarios	735.750
Total	2.655.750

Gastos de administración	Fijos	1.290.000
	Variables	7.310.000

Gastos de ventas	Fijos	990.000
	Variables	3.960.000

Precio venta 8.500

$$\text{Unidades vendidas} = \frac{39.100.000}{8.500} = 4.600$$

$$\text{Gastos variables administración} = \frac{7.310.000}{4.600} = 1.589.13$$

$$\text{Gastos variables de ventas} = \frac{3.960.000}{4.600} = 860.87$$

Costo variable

Materia prima	10.752.500
Mano obra	7.525.830
Carga fabril	
Servicios	450.000
Aseo	120.000
Total variable	18.848.330

Costo variable por unidad (18.848.330/ 5000) = 3769,66

$$\text{Pto. equilibrio} = \left[\frac{1.290.000 + 990.000 + 2.655.750}{(8.500) - (1589.13 + 860.87 + 3769.66)} \right] = 2.164 \text{ libras}$$

2. Establezca el estado de resultados bajo la técnica de costeo variable

ESTADO DE RESULTADOS POR COSTEO DIRECTO

Ventas	39.100.000
Menos costos del producto terminado y vendido	
Costo variable del producto	18.848.330
Inv inicial de producto terminado	0
Productos disponibles para venta	18.848.330
Menos inventario final producto terminado	1.507.840
Costo de ventas	17.340.490
Gastos variables de administración	7.310.000
Gastos variables de ventas	3.960.000
Total costos y gastos variables	28.610.490
Margen de contribución	10.489.510
Gastos fijos de administración	1.290.000
Gastos fijos de ventas	90.000
Costos fijos	2.655.750
Utilidad operacional	5.553.760

3. La empresa piensa asignar una partida de \$2.800.000 en publicidad y con la cual considera que el volumen de ventas se incrementara en un 15% respecto a las ventas de marzo. Bajo esta situación recomendaría usted asignar esta partida. JUSTIFIQUE.

El margen de contribución viene dado por:

$$MC = 8500 - (1589,13 + 860,87 + 3769,66) = 2280,34$$

$$\text{Incremento en ventas por efecto de la publicidad } (4600 \times 0,15) = 690$$

$$\text{Utilidad obtenida al cubrir solamente el componente variable} = 690 \times 2280,34 = 1.573.434$$

Valor de la publicidad para incrementar ventas en 690 unidades \$ 2.800.000

$$\text{Utilidad obtenida al efectuar la publicidad, sin cubrir costos y gastos fijos } 1.573.434 - 2.800.000 = -1.226.566$$

Por lo tanto en las condiciones dadas en el ejercicio no se debe hacer la campaña publicitaria.

4. El gerente de la empresa hace la siguiente afirmación: Al observar el estado de costo de producción de marzo, se tiene un costo por unidad de producto terminado de \$4.301. Con el fin de incrementar las ventas, se efectuó una atención especial para atraer un buen cliente y por esta razón, para introducir el producto en el mercado, se ofrecieron 2000 unidades a un precio de venta de \$4.200. Esta situación arrojó una pérdida de \$202.000 que no se ve reflejada en los estados financieros bajo el rubro Gastos no Operacionales; por lo tanto, se debe hacer el respectivo ajuste a fin de mostrar fielmente la situación financiera de la empresa. Bajo esta situación, ¿cómo debería procederse? JUSTIFIQUE.

Los datos que toma el gerente para hacer tal afirmación fueron obtenidos de la siguiente manera:

Costo de productos terminados y transferidos 21.504.800

Unidades producidas 5000 libras

$$\text{Costo unitario} = (21.504.800/5000) = 4.301$$

$$\text{Pérdida obtenida} = (4200-4301) (2000) = -202.000$$

El error del gerente está dado en el hecho de haber efectuado los cálculos por la técnica de costeo total. Debe recordarse que en esta técnica los costos unitarios varían según el volumen de producción, por la incidencia de los costos fijos. Si se emplea la técnica de costeo variable el costo unitario de producción es de 3.770, bajo esta situación el precio de venta cubre el costo variable del producto pero no la totalidad de los gastos variables.

No existe la pérdida operacional en razón a que la utilidad bruta en ventas está cubriendo el costo de la mercancía que fue vendida y como puede verse el Estado de Resultados arrojó una utilidad bruta de \$19,315,526.

5. Al efectuar el análisis de la información financiera, el gerente quedó altamente preocupado por los altos costos de producción y la baja utilidad en ventas, razón por la cual solicita se indague sobre las posibles causas que pudieron motivar la poca rentabilidad.

El personal después de investigar encontró las siguientes situaciones:

En una orden de producción en particular, se estaba incluyendo 150 litros de leche que fueron desperdiciados por cuanto hubo un error en el proceso productivo, ya que se mezcló el preservante antes de procesar la leche. Esta situación originó que el líquido se cortara y por ende, debió ser reemplazada para asegurar la cantidad de materia prima que satisficiera los requerimientos para obtener la cantidad de kilos de arequipe que se habían programado. El costo de la leche que fue incorporada para subsanar el error productivo fue de \$300.000, el cual no fue cargado por las siguientes razones:

Ya se había incluido la leche dentro de la requisición de material.

La cantidad de leche incorporada para la orden debe ser una cantidad que satisfaga la cantidad de unidades de producto final que se espera obtener y con los litros pedidos de más, se reunía el material necesario para la obtención de la cantidad deseada.

La leche cortada, fue procesada con un costo por mano de obra de \$60.000 para la producción de Kumis, producto que fue entregado como donación a una ONG. Este valor no fue incluido dentro de la orden, en razón a que será deducible de impuestos una vez se hagan las liquidaciones de orden fiscal.

¿Qué comentarios al respecto haría usted como asesor de gerencia? (Nota: para resolver el ejercicio, básese solamente en la información dada en el enunciado)

Al establecer el costo de producción, se debe incluir todos los costos incurridos para la elaboración de un producto final, sin importar si hubo o no desperdicio. Por lo tanto la leche de más que fue utilizada debe ser considerada como un mayor costo, por lo cual se puede afirmar que para la producción de arequipe se requirieron 150 litros adicionales con el consiguiente incremento en el costo. Ahora, con esta leche se produjo un nuevo producto que fue el Kumis y para su elaboración se incurrió en costos de mano de obra por \$60.000 con lo cual se puede concluir que el costo del Kumis fue de \$360.000. Del mismo modo, se debe hacer una nota contable en la que se saque de la orden del arequipe el costo de la leche cortada y se lleve su valor al nuevo producto, pero debe quedar evidencia y claridad de la situación presentada. En lo que respecta a los beneficios por haber regalado la leche, ésta es una situación de contabilidad financiera y no de costo, por lo que los registros contables de la decisión de regalar la leche se registrarán en la contabilidad cuando acontezca el hecho, pero para nada debe tocar contabilidad de costos.

EJEMPLO 1.35

En respuesta a un incremento del 5% en la materia prima, una empresa incrementa el precio de venta en un 5%. ¿Qué efecto tiene esta situación dentro del volumen de ventas para alcanzar el punto de equilibrio?

Debe tenerse presente que el incremento en el precio de venta es mucho mayor que el incremento en el costo de la materia prima, si se mira en cifras absolutas. Esta situación amplía el margen de contribución por lo que se genera una disminución en el punto de equilibrio.

EJEMPLO 1.36

Una empresa posesionada en el mercado, que produce y comercializa un solo producto, está analizando seriamente la posibilidad de triplicar su producción a 4.500 unidades por mes, con esto, los costos unitarios de producción pasarían de \$3.500 a \$2.500, pero el departamento comercial manifiesta su preocupación de tomar esta decisión, ya que en las circunstancias actuales sería imposible que el mercado absorbiera el incremento de la producción, a no ser que el precio de venta pasara de \$8.000 a \$5.500 por unidad, situación en la cual se garantiza las ventas para las unidades producidas de más. Los gastos operacionales fijos se estiman en \$3.000.000, y los variables equivalen al 15% del valor de los ingresos por ventas. Bajo la anterior situación: ¿Qué recomendación haría usted? Justifique.

Situación actual		
Ventas	(1500*8000)	12.000.000
Menos costos del producto terminado y vendido		
Costo variable del producto	(1500*3500)	5.250.000
Inv inicial de producto terminado		-
Productos disponibles para venta		5.250.000
Menos inventario final producto terminado		-
Costo de ventas		5.250.000
Gastos operacionales variables		1.800.000
Total costos y gastos variables		7.050.000
Margen de contribución		4.950.000
Gastos operacionales fijos		3.000.000
Utilidad operacional		1.950.000
Situación propuesta		
Ventas	(4500*5500)	24.750.000

Menos costos del producto terminado y vendido

Costo variable del producto	(4500*2500)	11.250.000
Inv inicial de producto terminado		-
Productos disponibles para venta		11.250.000
Menos inventario final producto terminado		-
Costo de ventas		11.250.000
Gastos operacionales variables		3.712.500
Total costos y gastos variables		14.962.500
Margen de contribución		9.787.500
Gastos operacionales fijos		3.000.000
Utilidad operacional		6.787.500

Con la situación propuesta se obtiene una mayor utilidad operacional, por lo que se debe triplicar la producción.

EJEMPLO 1.37

El Buen Sabor es una compañía Ltda. dedicada a la producción y comercialización de bocadillos. Su competencia, la empresa La Ricura, por ciertas estrategias está captando mucho más rápido el mercado, situación que ya le empieza a preocupar. Por este motivo se dirigió a la Cámara de Comercio, de allí extractó los estados de resultados para los años 2012 y 2013 y del informe que se presenta a la asamblea general y de las notas a los estados financieros, resumió información, la cual en su conjunto es mostrada enseguida.

**EMPRESA LA RICURA S.A.
ESTADO DE RESULTADOS
PARA LOS AÑOS 2013 y 2012**

	2013	2012
Ventas	237.500.000	291.327.264
Costo de ventas		
Utilidad bruta operacional		
Gastos operacionales		
De administración	18.500.000	21.082.894
De ventas	22.500.000	26.257.786
Utilidad operacional		

Información adicional

La empresa trabaja con un sistema de inventario permanente

Unidades vendidas libras	25,000	32,000
Unidades producidas libras	32,000	40,000
Precio de venta por libra	9,500	9.104
Incremento IPC año 2013	4.35%	

La empresa valora la mercancía por el método UEPS

Inventario inicial de productos terminados año 2012 es de cero

Costo de productos terminados y transferidos: Año 2013 \$ 148.200.000

Año 2012 \$ 168.950.647

El interés se centra en conocer el margen de contribución con el que trabaja esta empresa y determinar que tan rápido está cubriendo sus costos y gastos fijos. Por este motivo, usted como trabajador de la firma le fue encomendada la siguiente labor:

1. Pasar las cifras del estado de resultados del año 2012 a pesos constantes del año 2013
2. Completar los espacios del estado de resultados que están señalados en gris.
3. Establecer los costos y gastos fijos.
4. Determinar los costos y gastos variables.
5. Determinar el margen de contribución y el punto de equilibrio.

La información financiera para la empresa El Buen Sabor se muestra enseguida:

Compañía El Buen Sabor Ltda.
Estado de costo de producción y ventas
Año 2013

Material		20.092.000
Mano obra		15.627.500
Carga fabril		
Empaque	1.100.000	
Arriendo	2.850.500	
Depreciación	600.000	
Mano obra indirecta	3.800.000	
Seguro	400.000	
Servicios	180.000	8.930.500
Costos de manufactura		44.650.000
Inventario inicial productos proceso	-	
Productos proceso transformación		44.650.000
Inventario final productos en proceso	-	
Costo de producción		44.650.000
Inventario inicial de producto terminado		4.000.000
Productos disponibles para venta		48.650.000
Inventario final de productos terminados		4.000.000
Costo de ventas		44.650.000

Compañía El Buen Sabor
Estado de Resultados
Año 2013

Ventas	68.692.308
Menos costo de ventas	44.650.000
Utilidad bruta	24.042.308
Menos gastos operacionales	
De administración	4.518.750
De ventas	7.230.000
Utilidad operacional	12.293.558

Unidades vendidas = 9.500

La empresa valora la mercancía por el método UEPS y la cantidad de unidades en existencia de producto terminado permaneció sin variación en los inventarios iniciales y finales.

Se calcula que un 20% de los gastos de administración y ventas corresponde al componente fijo. Calcule el punto de equilibrio para la compañía.

El gerente para impactar el mercado debe duplicar el volumen actual de ventas y para lograrlo, la única manera posible es renovar los equipos de producción; al hacer esto, los costos fijos se aumentarían en 25%. El cambio de equipos trae consigo un exceso de producción que puede ser absorbido por el mercado solamente si reduce el precio de venta en un 15%, situación en la cual captará parte del mercado de la empresa La Ricura al duplicarse las ventas.

7. ¿Es conveniente la renovación de los equipos? Justifique.

8. Si toma la decisión de renovar equipos y bajar el precio de venta, es posible que Empresa La Ricura también disminuya el precio de venta hasta dejarlo igual, y si lo hace La Ricura no solamente conservaría su mercado sino que tomaría parte del mercado que tiene el Buen Sabor, ya que sus productos son mejores. ¿Qué recomendación hace usted?

Solución

1. Paso de valores corrientes a pesos constantes de 2009 y establecimiento de cifras desconocidas.

EMPRESA LA RICURA S.A.
ESTADO DE RESULTADOS
PARA LOS AÑOS 2013 y 2012
A PESOS COSTANTES DE 2013

	2,013	2,012
Ventas	237.500.000	304.000.000
Costo de ventas	115.781.250	141.040.000
Utilidad bruta operacional	121.718.750	162.960.000
Gastos operacionales		
De administración	18.500.000	22.000.000
De ventas	22.500.000	27.400.000
Utilidad operacional	80.718.750	113.560.000

Costo de productos terminados y transferidos	148.200.000	176.300.000
Unidades vendidas libras	25.000	32.000
Unidades producidas libras	32.000	40.000
Precio de venta por libra	9.500	9.500

Desarrollo Empresa La Ricura

Los valores son obtenidos de la siguiente manera:

Ventas	$291.327.264 \times 1.0435 =$	304.000.000
Gastos de administración	$21.082.894 \times 1.0435 =$	22.000.000
Gastos de ventas	$26.257.786 \times 1.0435 =$	27.400.000
Precio de venta	$9.104 \times 1.0435 =$	9.500
Costo producción	$168.950.647 \times 1.0435 =$	176.300.000
Costo ventas año 2008	$(176.300.000/40.000)(32000) =$	141.040.000

Establecimiento de costos y gastos fijos y variables

Para costos de producción

$$\begin{aligned}
 148.200.000 &= CF + 32.000 CV \\
 176.300.000 &= CF + 40.000 CV \\
 28.100.000 &= 8.000 CV \\
 CV &= 3512,50 \\
 CF &= 148.200.000 - 32.000 (3512,5) = 35.800.000 \\
 CTO &= 35.800.000 + 3512,5 X
 \end{aligned}$$

Para gastos de Administración

$$\begin{aligned}
 18.500.000 &= GF + 25.000 GV \\
 22.000.000 &= GF + 32.000 GV \\
 3.500.00 &= 7000 GV; GV = 500 \\
 18.500.000 - 25.000 (500) &= GF = 6.000.000
 \end{aligned}$$

$$GTOS\ ADMON = 6.000.000 + 500\ GVA$$

Para gastos de ventas

$$\begin{aligned}
 22.500.000 &= GF + 25.000 GV \\
 27.400.000 &= GF + 32.000 GV \\
 4.900.000 &= 7000 GV \quad GV = 700
 \end{aligned}$$

$$22.500.000 - 25.000 (700) = GF$$

$$GF = 5.000.000$$

$$GTOS VENTAS = 5.000.000 + 700 GV$$

Establecimiento de margen de contribución y punto de equilibrio

$$Pto_Equilibrio = \frac{Costos_Fijos + Gastos_Fijos}{Precio_VentaV - (Costo_Variable + Gtos_Variables)}$$

$$PV = 9.500$$

$$Pto_Equilibrio = \frac{35.800.000 + 6.000.000 + 5.000.000}{9.500 - (3512.5 + 500 + 700)} = \frac{46.800.000}{4.787.5} = 9.776$$

Empresa El Buen Sabor.

Establecimiento del punto de equilibrio.

Se hace necesario calcular los costos y gastos tanto fijos como variables, para ellos se realiza el siguiente procedimiento.

Costos variables

Material	20.092.000	
Mano obra	15.627.500	
Empaque	1.100.000	
Servicios	180.000	\$ 36.999.500

Costos fijos

Arriendo	2.850.500	
Depreciación	600.000	
Mano obra indirecta	3.800.000	
Seguro	400.000	\$ 7.650.500

El inventario final de producto terminado permaneció sin variación, por lo que las unidades vendidas fueron las mismas unidades producidas.

Costo variable	(36.999.500/9500)	=	3.894.68
Gasto variable de administración	= ((4.518.750x0.80)/9500)	=	380.52
Gasto variable de ventas	= ((7.230.000 x 0.80)/9.500)	=	608.84
Gasto fijo de administración	(4.518.750 x 0.20)	=	903.750
Gasto fijo de ventas	(7.230.000 x 0,20)	=	1.446.000
Costo fijo			7.650.500
Precio de venta	= (68.692.308/9.500)	=	7.230.77

$$Pto_Equilibrio = \frac{7.650.500 + 903.750 + 1.446.000}{(7.230.77) - (3.894.68 + 380.52 + 608.84)} = \frac{10.000.250}{2.346.77} = 4.261$$

Compañía El Buen Sabor
Estado de Resultados Proyectado
Para 19.000 unidades vendidas

Ventas		116.776.850
Menos costos del producto terminado y vendido		
Costo variable del producto		73.998.920
Inv inicial de producto terminado		-
Productos disponibles para venta		73.998.920
Menos inventario final producto terminado		-
Costo de ventas		73.998.920
Gastos variables de administración		7.229.880
Gastos variables de ventas		11.567.960
Total costos y gastos variables		92.796.760
Margen de contribución		23.980.090
Gastos fijos de administración		903.750
Gastos fijos de ventas		1.446.000
Costos fijos		9.563.125
Utilidad operacional		12.067.215
Precio venta	(7.230.77 x 0.85)	= 6.146.15
Margen de contribución con nuevo precio de venta	(6.146.15)-(4.884.04)	= 1.262.11
Margen total obtenido con el incremento en ventas	1.262.11 x 19.000	=23.980.090
Margen total obtenido sin el incremento en ventas	2.346.77 x 9.500	=22.294.315

Se obtiene un mayor margen al efectuar la inversión en equipos, si bien es cierto no alcanza a cubrir la totalidad del incremento en el componente fijo, lo que falta es muy poco. Por lo que se recomienda hacer la inversión, ya que la empresa contaría con nuevos equipos y gozaría de todos los beneficios productivos y financieros que esto trae consigo.

8. Si toma la decisión de renovar equipos y bajar el precio de venta, es posible que la empresa La Ricura también disminuya el precio de venta hasta dejarlo igual y si lo hace La Ricura no solamente conservaría su mercado, sino que tomaría parte del mercado que tiene El Buen Sabor, ya que sus productos son mejores. ¿Qué recomendación hace usted?

Margen de contribución unitario compañía La Ricura con el nuevo precio de venta

$$6.146.15 - (4.712.5) = 1.433.65$$

Margen de contribución unitario compañía el Buen Sabor

$$(6.146.15) - (4.884.04) = 1.262.11$$

En esta situación, la compañía La Ricura al bajar el precio de venta, debe pasar de 25.000 unidades que vendió en el 2013 a 32.000, lo que equivale a un incremento del 31% solamente para estar en punto de equilibrio. Adicionalmente, La Ricura es ineficiente con respecto a la empresa el Buen Sabor en lo que hace referencia a los costos fijos, ya que la carga fija de aproximadamente 47 millones dista mucho de los 10 millones que tiene el Buen Sabor, incluido el incremento por la renovación de equipos. Por estos motivos, El Buen Sabor debe hacer la renovación de equipos, ya que le queda mucho más fácil cubrir el componente fijo, cuenta con equipos nuevos y no existen mayores diferencias en los márgenes de contribución unitarios que manejan ambas empresas.

EJEMPLO 1.38

Una empresa fabrica un solo producto y su costo de producción está establecido mediante un sistema de órdenes de fabricación. Los directivos con base en los estudios de mercado y con los costos predeterminados calculados, lograron establecer que el margen de utilidad del 40% obtenido al realizar los estados financieros presupuestados eran más que suficientes para cubrir los gastos y obtener una buena utilidad operacional. Fue así como en enero, periodo en que inició operaciones, lo realizado estaba dentro de lo presupuestado, pero no ocurrió lo mismo para los meses siguientes, como se puede observar en la información siguiente:

COMPAÑÍA LA PERLA				
Estado de Resultados del 1 de enero al 30 de abril				
En forma mensual				
	Mes			
	Enero	Febrero	Marzo	Abril
Ventas	19,350,000	18,060,000	16,770,000	15,480,000
Costo de Ventas	11,568,750	11,153,333	10,734,286	10,310,769
Utilidad Bruta operacional	7,781,250	6,906,667	6,035,714	5,169,231
Gastos Operacionales				
Administración	2,500,000	2,500,000	2,500,000	2,500,000
Ventas	1,300,000	1,300,000	1,300,000	1,300,000
Utilidad Operacional	3,981,250	3,106,667	2,235,714	1,369,231
Información adicional				
Valor Inventario Final	771,250	1,567,917	2,393,631	3,252,862

Unidades Inventario Final	300	600	900	1,200
Precio de Venta	4,300	4,300	4,300	4,300
Unidades vendidas	4,500	4,200	3,900	3,600
La empresa valora la mercancía por el método UEPS				
Costos y Gastos constantes	Administración	Ventas	Producción	
Arriendo	1,250,000	390,000	2,318,000	
salario personal	1,200,000	780,000	3,660,000	
Depreciación	50,000	130,000	122,000	
Total	2,500,000	1,300,000	6,100,000	

Es claro que el margen esta disminuyendo notoriamente, situación que afecta la utilidad operacional. Preocupados por la situación, lo contratan a usted como asesor para que indique que se debe hacer, ya que los directivos tienen planteadas las siguientes alternativas:

1. Aumentar el precio de venta. Al hacer esto muy posiblemente haya un impacto en el mercado, que generaría una reducción en el volumen de ventas de aproximadamente el 15%. Pero con el aumento fijado, se logra cubrir con precios la reducción del volumen de ventas, además de incrementar los ingresos operacionales en un 4% para los próximos dos meses.
2. Al hacer el estudio de costos, se ha establecido que se presenta una variabilidad en el costo de producción, motivada por los cambios en el volumen de producción. Por este motivo, piensan hacer una sustitución del material por uno de menor calidad. Con esto se logra una reducción considerable en el costo de producción, aumentando la utilidad bruta operacional. El inconveniente está en el hecho de que al cambiar el material, el volumen de ventas disminuye por una baja en la calidad del producto.
3. Disminuir los costos y gastos constantes a fin de aumentar la utilidad operacional.

Bajo la anterior situación presente un informe en el que indique con claridad el paso que se debe seguir para solucionar la problemática de la empresa, argumentando muy bien la solución propuesta por usted, además con base en ella indique por qué es o no es viable las alternativas que están planteadas por los directivos.

NOTA: TRABAJE UNICAMENTE CON LA INFORMACIÓN SUMINISTRADA Y LA QUE PUEDA OBTENER A TRAVÉS DE ELLA.

Para la empresa del punto anterior, determine el número de unidades que debió haber vendido en cada uno de los meses de febrero, marzo y abril para obtener la utilidad del mes de enero. Compare los resultados y haga los comentarios pertinentes tendientes a explicar la razón por la cual se presentan las cifras por usted encontradas.

Lo primero que se debe realizar es el estado de resultados bajo la técnica de costeo directo para hacer invariable los costos al volumen de producción y así poder observar

con claridad qué es lo que sucede. Las partidas que integran el estado son obtenidas con el siguiente proceso:

$$\text{Unidades vendidas} = (\text{Ventas}/\text{Precio venta}) = \frac{19.350.000}{4.300} = 4.500$$

$$\text{Costo unitario en costeo total} = \text{Costo ventas} / \text{Unidades vendidas}$$

$$\text{Costo unitario en costeo total} = \frac{11.568.750}{4.500} = 2570,8333$$

$$\text{Costo producción costeo total} = (\text{Unidades producidas}) (\text{Costo unitario costeo total})$$

$$\text{Unidades producidas} = \text{Inventario final} + \text{ventas} - \text{inventario inicial}$$

$$\text{Inventario final del periodo 1} = \text{inventario inicial del periodo dos}$$

$$\text{Unidades producidas enero} = (300 + 4500 - 0) = 4.800$$

$$\text{Unidades producidas febrero} = (600 + 4200 - 300) = 4500$$

$$\text{Costo producción costeo total} = (4800) (2570,83) = 12.340.000$$

$$\text{Costo variable total} = \text{Costo producción costeo total} - \text{costos fijos}$$

$$\text{Costo variable total} = (12.340.000 - 6.100.000) = 6.240.000$$

$$\text{Costo variable unitario} = (\text{Costo variable total} / \text{Unidades producidas})$$

$$\text{Costo variable unitario} = (6.240.000/4800) = 1.300$$

$$\text{Valor inventario final} = (\text{Costo unitario del mes}) (\text{Unidades en inventario final}).$$

Debe recordarse que la empresa valora mercancía por el método UEPS, pues bien, la mercancía que quede en inventario será la correspondiente a la última producción, por lo que se debe valorar al último costo unitario. Esta situación es intrascendente, ya que el costo por unidad para cada uno de los meses es de 1.300, valor que permanece constante.

La empresa en enero no tenía inventario inicial de producto terminado.

INFORMACIÓN PARA EL ANÁLISIS

	Enero	Febrero	Marzo	Abril
Valor Inventario Final	771.250	1.567.917	2.393.631	3.252.862
Unidades inventario final	300	600	900	1.200
Precio venta	4.300	4.300	4.300	4.300
Unidades vendidas	4.500	4.200	3.900	3.600
Unidades inventario inicial	-	300	600	900
Unidades producidas	4.800	4.500	4.200	3.900
Costo de Ventas	11.568.750	11.153.333	10.734.286	10.310.769
Costo Unitario	2.570,83	2.655,56	2.752,38	2.864,10
Costo Producción costeo Total	12.340.000	11.950.000	11.560.000	11.170.000
Costo Fijo Total	6.100.000	6.100.000	6.100.000	6.100.000
Costos Variable Total	6.240.000	5.850.000	5.460.000	5.070.000
Costo variable por unidad	1.300	1.300	1.300	1.300

COMPAÑÍA LA PERLA
Estado de Resultados Mensual por Costeo Directo
Enero - Abril de 2010

	Enero	Febrero	Marzo	Abril
Ventas	19.350.000	18.060.000	16.770.000	15.480.000
Menos costo del producto terminado y vendido				
Costo variable del producto	6.240.000	5.850.000	5.460.000	5.070.000
Gastos variables de administración	-	-	-	-
Gastos variables de ventas	-	-	-	-
Total costos y gastos variables	6.240.000	5.850.000	5.460.000	5.070.000
Más inventario Inicial Mercancía	-	390.000	780.000	1.170.000
Mercancía disponible para venta	6.240.000	6.240.000	6.240.000	6.240.000
Menos inventario final mercancía	390.000	780.000	1.170.000	1.560.000
Margen contribución	13.500.000	12.600.000	11.700.000	10.800.000
Menos gastos fijos administración	2.500.000	2.500.000	2.500.000	2.500.000
Menos gastos fijos de ventas	1.300.000	1.300.000	1.300.000	1.300.000
Menos costos fijos	6.100.000	6.100.000	6.100.000	6.100.000
Ganancia Operacional	3.600.000	2.700.000	1.800.000	900.000

Antes de hacer alguna recomendación con la que se pretenda dar solución a la problemática de la compañía La Perla, es importante resaltar algunos aspectos que se deben tener en cuenta para fijar el rumbo que se debe seguir, ellos son:

Los costos unitarios de producción bajo la técnica de costeo variable han permanecido estables durante el periodo estudiado.

En enero no todo lo que se produjo se vendió, por lo que se decidió para el siguiente mes bajar el nivel de producción a fin de no acumular inventarios, sin embargo, esta medida no surtió mayor efecto, ya que la baja en producción no compensó la baja en ventas por lo que el nivel de inventarios fue aumentando mes tras mes.

Al observar el comportamiento de los costos bajo la técnica de costeo total se tiene una variabilidad en los costos unitarios motivada por la disminución en los niveles de producción, este hecho hace que los costos unitarios vayan en aumento, no porque se incrementen los costos primos, sino por el efecto que tiene en ellos los costos fijos por la subutilización de la capacidad instalada. Esta situación obliga a que el análisis no se pueda realizar bajo la técnica de costeo total, sino que se haga por medio de la técnica de costeo variable.

Si se observa detenidamente los gastos operacionales proporcionados en el estado de resultados y los conceptos que informan, se establece con claridad que la depreciación y el arriendo son gastos fijos. En lo que concierne a personal, el gasto ha permanecido estable durante el periodo de análisis, lo cual implica que éste sea también un componente fijo.

La cantidad de unidades a vender para obtener la utilidad del mes de enero es establecida de la siguiente manera:

$$Unidades_vender = \frac{2.500.000 + 1.300.000 + 6.100.000 + 3.600.000}{4.300 - 1.300} = 4.500$$

Como no se presentan variaciones en el precio de ventas ni en los costos variables, el número de unidades a vender para obtener la utilidad deseada es de 4.500, la cual permanece constante.

El efecto de la disminución en ventas trajo financieramente los efectos que se indican en el siguiente cuadro:

	Enero	Febrero	Marzo	Abril
Unidades a vender para utilidad mes de enero	4.500	4.500	4.500	4.500
Reducción en la cantidad de unidades vendidas		- 300	- 300	- 300
Reducción acumulada en la cantidad de unidades vendidas		- 300	- 600	- 900
Margen de contribución dejado de percibir por reducción de ventas		- 900.000	- 1.800.000	- 2.700.000

Bajo las anteriores situaciones es claro que la empresa no tiene problema con los costos de producción como tampoco con los gastos operacionales. La baja en utilidades está motivada por los descensos que se han presentado en el volumen de ventas, situación que debe ser indagada con el personal de mercadeo y los que dirigen el área para investigar los posibles motivos que originan los descensos encontrados. De los resultados obtenidos se deben generar alternativas tendientes a aumentar el volumen de unidades a vender y que mejoren las utilidades operacionales.

Con respecto a las alternativas planteadas, no se considera conveniente el aumento del precio, en razón a que esto agrava el problema al generar una disminución en el volumen de ventas. Si bien es cierto, se presenta una solución al problema, no debe dejarse de lado que esta solución es temporal y en caso de tomarla se estaría agravando el problema, además de disfrazar un aumento en los ingresos por precios y no por volumen, como debería ser.

Los costos unitarios de producción han permanecido estables y la variabilidad presentada obedece a la técnica empleada para establecer su valor, no sería prudente cambiar el material para obtener la reducción del costo, ya que éste genera merma en la calidad del producto y profundiza el problema del nivel de ventas.

En lo que respecta a la disminución de los costos y gastos fijos por definición, estos permanecen constantes y muy difícilmente puede haber una reducción en los componentes que los conforman.

EJEMPLO 1.39

El Buen Sabor Ltda. es una empresa que se dedica a la producción y comercialización de turrón los cuales saca al mercado en distintas presentaciones. Para el año que acaba de terminar, se muestra el estado de resultados en el que se observa una considerable pérdida, motivo por el cual hay malestar y preocupación en los directivos. No encontrando hasta el momento explicación alguna, lo consultan a usted para que en lo posible de solución a las siguientes inquietudes:

1. Para incrementar las ventas se considera hacer una campaña agresiva de mercado que ha denominado *endulza tu vida*. Esta campaña la realizará en el primer bimestre del siguiente año y con ella a cada cliente se le entregan tres unidades de turrón por la compra de dos, pero se tiene indecisión acerca del efecto que tendrá en la utilidad operacional, ya que en lugar de disminuir la pérdida se puede aumentar por efecto de la campaña. Los profesionales de venta calculan que con esta promoción el volumen de ventas se incrementaría en un 30%.

2. Un asesor asegura que si se pone en marcha la campaña indicada en el punto anterior, el volumen de producción necesariamente aumentaría para satisfacer las unidades de más que se entregan por efecto de la promoción. Asegura además, si bien es cierto, que el costo unitario disminuye al aumentar el volumen de producción, esta disminución no alcanza a compensar el aumento en el costo de ventas, ya que se tiene que dar una unidad gratis por dos que se compran, por lo que el costo de ventas debe absorber el costo de tres unidades, cuando solamente se percibe ingresos por dos unidades que son las que paga el cliente, razón por la cual cree impropio la realización de la campaña.

3. Una posibilidad que se analiza es hacer recorte en la cantidad de operarios que laboran en la planta, lo que necesariamente afecta el volumen de producción y necesariamente tendrá una disminución proporcional a la cantidad de personal que se le cancele el contrato.

4. Establecer la cantidad de kilogramos que se deben vender al mes para estar en punto de equilibrio

La información financiera que posee es la siguiente:

Unidades Vendidas	21.250	Kilogramos
Unidades Inventario Final	3.100	Kilogramos
Unidades Inventario Inicial	2.500	Kilogramos
Valor de la carga fabril fija en todo el periodo	18.000.000	
Método de valuación de inventarios UEPS		
El precio de venta ha sido constante en todo el año		
En el periodo no se ofrecieron promociones ni descuentos		

Compañía EL Buen Sabor
Estado de Resultados
Del 1 de Enero al 31 de Diciembre de 201X

Ingresos operacionales		160.000.000
Comercio al por mayor y por menor	170.000.000	
Menos devoluciones en ventas	10.000.000	
Costo de ventas		70.510.000
Utilidad bruta operacional		89.490.000
Gastos operacionales de administración		
Personal	25.000.000	
Aseo y vigilancia	3.500.000	
Seguros	2.400.000	
Arriendos	8.600.000	
Gastos de viaje	3.900.000	
Mantenimiento y reparaciones	4.700.000	
Honorarios	4.600.000	52.700.000
Gastos Operacionales de ventas		
Personal	30.000.000	
Aseo y vigilancia	800.000	
Servicios	2.300.000	
Arriendos	3.800.000	
Comisiones pagadas	6.900.000	
Publicidad	8.700.000	
Honorarios	4.600.000	
Mantenimientos y reparaciones	3.700.000	
Gastos de viaje	2.900.000	63.700.000
Utilidad operacional		(26.910.000)
Ingresos no operacionales		
Rendimiento inversiones	4.600.000	
Intereses recibidos	8.600.000	
Utilidad venta maquinaria	2.500.000	
Utilidad venta muebles y enseres	2.300.000	
Arrendamientos recibidos	1.300.000	
Comisiones recibidas	1.700.000	21.000.000
Gastos no operacionales		
Intereses pagados	1.900.000	
Pérdida de mercancías	1.900.000	
Pérdida venta de activos	4.020.000	7.820.000
Pérdida del ejercicio		(13.730.000)

Presente un informe dando respuesta a cada uno de los puntos indicados anteriormente, justificando muy bien la razón de su apreciación, anexando los cálculos matemáticos que son soporte para su decisión.

NOTA: TRABAJE UNICAMENTE CON LA INFORMACION AQUÍ SUMINISTRADA Y CON LA QUE OBTENGA A PARTIR DE ELLA.

Antes de iniciar el análisis es conveniente efectuar un conjunto de consideraciones y cálculos para obtener información para que con su análisis se determine el curso a seguir y sea soporte en la decisión que se va a tomar.

El Inventario final en el periodo analizado aumentó en 600 kilos, esto quiere decir que el costo de cada unidad vendida está determinado por el costo unitario de la última producción, ya que la mercancía se valora por el método UEPS; por lo tanto, para la obtención del costo unitario, solo basta efectuar el cociente entre el costo de ventas y las unidades vendidas.

Concepto	Valor año	Valor unidad
Ventas netas	160,000,000	
Unidades vendidas	21,250	
Precio de venta	$160.000.000/21.250 = 7.529$	7.529
Unidades producidas	$21.250+3.100-2.500 = 21.850$	
Costo de ventas por unidad en costeo total	$(70.510.000/21.250) = 3.318$	3.318
Costo de producción	$21.850*3.318 = 72.500.871$	
Costo total variable	$72.500.871-18.000.000 = 54.500.871$	
Costo variable por unidad	$(54.500.871/21.850 = 2.494)$	2.494
Gastos variables		
Servicios	2,300,000	$2.300.000/21.250 = 108$
Aseo y vigilancia	$3.500.000+800.000 = 4.300.000$	$4.300.000/21.250 = 202$
Gastos de viaje	$3.900.000+2.900.000 = 6.800.000$	$6.800.000/21.250 = 320$
Honorarios	$4.600.000+4.600.000 = 9.200.000$	$9.200.000/21.250 = 433$
Comisiones	6,900,000	$6.900.000/21.250 = 325$
Mantenimiento y reparaciones	$4.700.000+3.700.000 = 8.400.000$	$8.400.000/21.250=395$
Total gastos variables	37,900,000	1,783
Fijos	8,700,000	
Seguros	2,400,000	
Arriendo	$8.600.000+3.800.000 = 12.400.000$	
Personal	$25.000.00+30.000.000 = 55.000.000$	
Total gastos fijos	78,500,000	
Total gastos operacionales	116,400,000	
Total costos fijos	18,000,000	

Teniendo claro los cálculos efectuados anteriormente, se da inicio al análisis de la información obtenida y de la cual se desprenden los siguientes aspectos de importancia:

El estudio de la información financiera no puede ser realizado en la forma tradicional, ya que es bien conocido que al presentar el estado de resultados los costos unitarios de producción van a variar por el efecto que tiene en ellos la cantidad de unidades producidas. Para eliminar esta variabilidad se debe emplear la técnica de costeo directo y analizar el efecto que tiene la promoción dentro del margen de contribución.

Dentro del análisis no se tiene en cuenta los ingresos y gastos no operacionales por haberse ellos generado en actividades distintas al desarrollo de su objeto social.

Para el establecimiento del margen de contribución se hace necesario establecer el valor de los costos y gastos variables. Para estos últimos la clasificación se hace con base en el concepto que representa y se asume que tanto los costos como los gastos para el próximo año seguirán teniendo el mismo comportamiento presentado en el 2009.

Los salarios de personal que aparecen en los gastos operacionales, ante la carencia de información se tomaron como valores constantes y se asumió que estos estaban integrados por el básico más el auxilio de transporte para el personal que tenga derecho a él. El único componente que puede generar la variabilidad está en las horas extras, las cuales se consideraron que no eran de mayor cuantía si se compara con el básico. Otro aspecto que motiva considerar los salarios fijos está en el hecho de mostrar por aparte el valor de las comisiones que claramente se sabe que es un componente variable.

Con base en las aclaraciones hechas y con los cálculos mostrados se procede a analizar el efecto que puede tener en las finanzas de la empresa la promoción propuesta. Para esto se tiene lo siguiente:

Ingresos por una venta según promoción	$(2 \times 7.529) =$	15.050
Costo variable de tres unidades entregadas	$(3 \times 2.494) =$	7.482
Gastos operacionales variables	$(3 \times 1.783) =$	5.349
Margen de contribución	$(15.050 - 7.482 - 5.349) =$	2.219
Costos y gastos fijos para el bimestre $(78.500.000 + 18.000.000)/6$	$=$	16.083.333
Unidades a vender para punto de equilibrio	$16.083.333/2.219 =$	7.248
Promedio de ventas en pesos para el primer bimestre $(16.000.000)/6$	$=$	2.666.666
Ventas para el primer bimestre con incremento del 30%	$=$	3.466.666
Ingresos primer bimestre por promoción $(160.000.000/6) \times 1.30$	$=$	34.666.666
Total unidades a vender para nivel de ventas $(34.666.666/15.050) =$	$=$	2.303
Déficit en ventas en pesos para punto equilibrio $(7.248 - 2.303) \times 2.219$	$=$	10.972.955

Con los cálculos efectuados se observa que los estudios de mercado al poner en marcha la promoción determinan un nivel de ventas de 2.303, sin embargo el número de unidades que se debe vender para estar en punto de equilibrio es 7.248. Esto claramente muestra que si se pone en marcha la campaña no se soluciona los problemas que trae la empresa, ya que las ventas obtenidas no alcanzan a cubrir los costos y los gastos fijos teniendo como efecto pérdidas operacionales por valor de \$10.972.955.

Con relación a la afirmación del asesor, hay errores de apreciación, ya que el análisis lo hace bajo la técnica de costeo total, en la cual el costo unitario disminuye al aumentar el volumen de producción por el mayor aprovechamiento que se hace de la capacidad instalada. Esta variabilidad del costo unitario tiene efectos perjudiciales al tomar

decisiones, por lo que se debe hacer bajo la técnica de costeo directo o variable como ya se había dicho anteriormente.

Con relación a la posibilidad de recortar la mano de obra directa, es claro que al suprimir personal, la producción baja proporcionalmente a la cantidad de cargos que se suspendan, por lo que no se hace nada ya que el costo variable sigue siendo el mismo, por lo tanto se considera que ésta no es la solución.

Haciendo una revisión detallada a los gastos operacionales sería prudente hacer una evaluación del monto de estos y las causas que los están motivando, ya que se debe mirar con cuidado la posibilidad de hacer una reducción en ellos.

En la parte de costos se debe mirar detenidamente la eficiencia del personal y el aprovechamiento y costo de la materia prima como medidas alternas para reducir los costos variables y así aumentar el margen de contribución.

No se considera prudente desechar totalmente la campaña publicitaria, ya que el volumen de ventas aumenta y se da a conocer de mejor manera el producto en el mercado, además que al tener en cuenta los costos incluida la unidad obsequiada, el margen de contribución es positivo. Pero, sí debe estar claro que solamente se puede poner en marcha cuando se haga la reducción en los costos y gastos y las ventas sobrepasen la cantidad de unidades a vender para estar en punto de equilibrio.

EJEMPLO 1.40

Mc Pollo es una entidad dedicada a la cría y levante de pollos, los cuales son comercializados en sus propios puntos de venta según el peso que tenga el producto en kilos. Para el año 1 que acaba de terminar, presenta la información financiera que se suministra a continuación:

Precio de venta	8.000
Costos variables por kilo	
Material	1.300
Mano obra	800
Carga fabril	600
Gastos administración	600
Gastos de ventas	800
Costos y gastos fijos	
Carga fabril	35.000.000
Gastos ventas	25.000.000
Gastos administración	22.000.000
Inventario Inicial Prod terminado	-
Inventario final producto terminado	3.000
Kilogramos producidos	33.000

La empresa valora la mercancía por el método PEPS

Para el nuevo año el gerente financiero considera que los costos y gastos variables se incrementarán en un 5%, para lo cual piensa incrementar el precio de venta en el mismo porcentaje, por lo que el margen de contribución se ampliará con los beneficios económicos que esta situación trae. El departamento de mercadeo por otra parte informa que el incremento en el precio de ventas no reducirá el volumen de ventas.

El área de producción planea obtener en el nuevo año 32.000 kilos de producto terminado y dejará un inventario de los mismos de 4500 Kg.

La empresa será estricta en el control de los gastos operacionales y para el nuevo ejercicio los gastos de ventas y de administración fijos no presentaran variaciones, más no ocurre lo mismo con los costos fijos, ya que estos se incrementarán en 8 millones.

Con la información anterior se solicita lo siguiente:

1. Elaborar el estado de resultados comparativo para los años 1 y 2 empleando la técnica de costeo total y costeo directo, según la información suministrada.
2. Al observar las proyecciones financieras para el nuevo año, el gerente financiero no logra entender como al permanecer constantes los gastos operacionales fijos, incrementar el margen de contribución y aumentar las ventas, la utilidad operacional permanece sin mayor variación. ¿Cómo podría usted explicarle la situación? Argumente y justifique, si hay razón en la afirmación.
3. Presente una conciliación de utilidades del costeo directo y absorbente. Es decir a partir de la utilidad obtenida en costeo directo para el año 1, debe ofrecer los cálculos y operaciones necesarias para llegar a la utilidad que aparece en costeo total para el mismo año.

Para el año 1

Cálculos para tener en cuenta:

kilos vendidos = inv. Inicial producto terminado+ unidades producidas - inv. Final de producto terminado.

kilos vendidos = 0 + 33.000 – 3.000 = 30.000 kilos

Para la producción de 33.000 kilos se incurrieron en los siguientes costos:

Valor Materia prima = 1.300 * 33.000	=	42.900.000
Valor Mano de obra = 800 * 33.000	=	26.400.000
Valor carga fabril variable = 600 * 33.000	=	19.800.000
Costo variable total		89.100.000
Costo variable unidad		2.700
Costos fijos		35.000.000

Para la venta de 30.000 kilos se incurrieron en los siguientes gastos:

Gastos variables de admón.	$600 * 30.000 = 18.000.000$
Gastos variables de ventas	$800 * 30.000 = 24.000.000$
Total gastos variables	42.000.000
Gastos variables por unidad	1.400

Gastos fijos de admón.	22.000.000
Gastos fijos de ventas	25.000.000

Costo del kilo por costeo total = costo de producción / kilos producidas
 $= (124.100.000 / 33.000) = 3.761$

Valor del inv. Final por costeo total = $(3.000 * 3.761) = 11.281.818$

Se calcula el costo de venta por juego de inventarios:

Costo de venta = Inv. Inicial + costo de producción – inv. Final

Costo de venta = $0 + 124.100.000 - 11.281.818 = 112.818.182$

Ventas = precio de venta * kilos vendidas

Ingresos por ventas = $8.000 * 30.000 = 240.000.000$

Para el año 2 se proyecta que los costos y gastos variables se incrementarán en un 5%, por tal motivo el precio de venta se incrementará en la misma proporción, además, los gastos fijos permanecerán iguales y los costos fijos aumentarán en 8 millones.

Se espera una producción de 32.000 kilos y un inventario final de producto terminado de 4.500 kilos.

Para el nuevo año, estos serán los nuevos datos:

Precio de venta	8.400
Costos variables por kilo	
Material	1.365
Mano de obra	840
Carga fabril	630
Gastos de administración	630
Gastos de ventas	840
Costos y gastos fijos	
Carga fabril	43.000.000
Gasto ventas	25.000.000
Gastos de administración	22.000.000
Inventario inicial de prod terminado	3.000
Inventario final producto terminado	4.500
Kilogramos producidos	32.000

Cálculos a tener en cuenta para el año 2

Kilos vendidos = $3.000 + 32.000 - 4.500 = 30.500$ kilos

Para la producción de 32.000 kilos se incurrieron en los siguientes costos:

Materia prima	$1.365 * 32.000$	=	43.680.000
Mano de obra	$840 * 32.000$	=	26.880.000
Carga fabril variable	$630 * 32.000$	=	20.160.000
Carga fabril fija			43.000.000

Para la venta de 30.500 kilos se incurrieron en los siguientes gastos:

Gastos de admón. variables	$630 * 30.500$	=	19.215.000
Gastos de venta variables	$840 * 30.500$	=	25.620.000
Costo del kilo por costeo directo	$(133.720.000 / 32.000)$	=	4.179

Valor inv. Inicial por costeo total $3.761 * 3.000 = 11.283.000$

Valor inv. Final por costeo total $4.179 * 4.500 = 18.804.375$

Se calcula el costo de venta por juego de inventarios:

Costo de venta $11.283.000 + 133.720.000 - 18.804.375 = 126.198.625$

Ventas $8.400 * 30.500 = 256.200.000$

El estado de resultado por costeo total para el año 2011 compañía Mc Pollo

Determinamos el costo variable por kilo:

Materia prima 1.365

Mano de obra 840

Carga fabril 630

Total costo variable por kilo = 2.835

Costo variable total $(2.835)(32.000) = 90.720.000$

Determinamos gasto variable por kilo:

Gastos administración 630

Gastos ventas 840

Total gastos variables por kilo = 1.470

Gasto variable total $(1.470)(30.500) = 44.835.000$

COMPAÑÍA MC POLLO
ESTADO DE RESULTADOS

	Año 2	Año 1
Ventas	256.200.000	240.000.000
Costo de ventas		
Inventario inicial	11.281.818	0
Costo de producción	133.720.000	124.100.000
Inventario final	<u>18.804.375</u>	<u>11.281.818</u>
	<u>126.197.443</u>	<u>112.818.182</u>
Utilidad Bruta	130.002.557	127.181.818
Gastos operacionales		
Administración	41.215.000	40.000.000
Ventas	<u>50.620.000</u>	<u>49.000.000</u>
Utilidad operacional	<u>38.167.557</u>	<u>38.181.818</u>

COMPAÑÍA MC POLLO

ESTADO DE RESULTADOS COMPARATIVO POR COSTEO DIRECTO

	Año 2	Año 1
Ventas	256.200.000	240.000.000
Menos Costo de ventas	-	-
Costo de producción Variable	90.720.000	89.100.000
Más Inventario Inicial	8.100.000	-
Disponible	98.820.000	89.100.000
Inventario Final	12.757.500	8.100.000
Costo de venta variable	86.062.500	81.000.000
Margen de contribución de la producción	170.137.500	159.000.000
Menos Gastos variables ventas	25.620.000	24.000.000
Gastos variables de administración	19.215.000	18.000.000
Margen de contribución total	125.302.500	117.000.000
Costos y gastos fijos	-	-
Carga fabril	43.000.000	35.000.000
Gastos de administración fijos	22.000.000	22.000.000
Gastos de ventas fijos	25.000.000	25.000.000
Utilidad operacional costeo directo	35.302.500	35.000.000
Más costos fijos uds en inventario final		3.181.818
Utilidad operacional costeo total		38.181.818
Utilidad operacional costeo directo	35.302.500	
Más costos fijos uds inventario final año 2	6.046.875	

Menos costos fijos uds Inventario final año 1 (3000*35000000/33000)	3.181.818	2.865.057
Utilidad operacional costeo total año 2	38.167.557	
Utilidad costeo Total		38.181.818
Utilidad operacional costeo total	38.167.557	

2. Justificación por qué la utilidad operacional no aumenta.

Al hacer un análisis detallado de la información, se observa que los costos fijos aumentaron en 8.000.000, es decir un aumento del 23%, y hubo una disminución en la producción de 1.000 kilos que representa un 3% de la misma. Simultáneamente las ventas tan solo aumentaron un 1.6%, es decir 500 kilos más con respecto a las ventas del año anterior.

Si analizamos la información bajo la técnica de costeo directo vemos que aunque el aumento en el precio de venta fue proporcional al aumento en los costos y gastos variables, y el margen de contribución aumentó, éste tiene que cubrir un mayor porcentaje de los costos y gastos fijos, por lo que la utilidad no presenta una variación considerable.

Debido a esta situación se recomienda un estudio que determine las causas que originaron el incremento en los costos fijos y la baja en los niveles de ventas.

3. Conciliación entre la utilidad por costeo directo y por costeo total.

Utilidad por costeo directo \$35.302.500

Utilidad por costeo total \$ 38.166.375

Diferencia de utilidades = Utilidad por costeo total- utilidad por costeo directo

Diferencia de utilidades = 38.166.375 - 35.302.500 = 2.863.875

La diferencia de utilidades radica en que los costos fijos bajo la técnica de costeo total son incluidos dentro del valor de los inventarios, por esta razón debemos encontrar cuál es el valor de estos costos para sumarlos a la utilidad operacional por costeo directo.

Determinamos los costos fijos en los inventarios finales y los inventarios iniciales.

Costos fijos incluidos en el inv. Inicial = Valor Inv. Inicial (técnica costeo total) - valor inv. Inicial (técnica costeo variable).

Costos fijos inv. Inicial = 11.283.000 - 8.100.000 = 3.183.000

Costos fijos incluidos en el inv. Final = valor inv. Final (técnica costeo total) – valor inv. Inicial (técnica costeo variable).

$$\text{Costos fijos inv. Final} = 18.804.375 - 12.757.500 = 6.046.875$$

Costos fijos inv. Final – costos fijos inv. Inicial = costos fijos del producto terminado y no vendido

$$6.046.875 - 3.183.000 = 2.863.875$$

Adicionamos 2.863.875 que representan los costos fijos incluidos en los inventarios en la utilidad por costeo directo y de esta forma llegamos a la misma utilidad que arroja el estado de resultado por costeo total.

	Año 2	Año 1
Utilidad operacional costeo directo	35.302.500	
Más Costos fijos uds inventario final año 2	6.046.875	
Menos costos fijos uds Inventario final año 1	3.181.818	2.865.057
Utilidad operacional costeo total año 2	38.167.557	
Utilidad costeo Total		
Utilidad operacional costeo total	38.167.557	38.181.818

EJEMPLO 1.41

Las Delicias, es una sociedad limitada que se dedica a la producción y distribución de productos derivados de la guayaba y tiene su planta productora en la zona de Maltería, localizada a la entrada de Manizales por la vía que comunica a la capital del departamento de Caldas con Bogotá. Fue fundada hace diez años y en el momento se le reconoce por el bocadillo de guayaba producto que muy prontamente serán exportados a Venezuela y Perú.

El bocadillo de guayaba es una conserva que se obtiene por la cocción de una mezcla de pulpa de guayaba y panela, hasta obtener un producto de aspecto sólido que se corta en trozos de forma rectangular para su venta y consumo, con un peso aproximado de 500 grs. Para el año actual presenta la siguiente información financiera:

Estado de Resultados

	Enero 1 a Marzo 31	Enero 1 a Junio 30
Ventas	66.150.000	132.300.000
Costo de ventas	<u>29.100.000</u>	<u>57.100.000</u>
Utilidad Bruta operacional	37.050.000	75.200.000
Gastos operacionales		
Administración	10.850.000	21.250.000
Ventas	<u>7.025.000</u>	<u>13.825.000</u>
Utilidad Operacional	19.175.000	40.125.000

Nota: Los inventarios iniciales y finales han permanecido constantes en cada uno de los meses del año.

El precio de venta al iniciar el año era de 6.300 y a partir del 1 de abril se incrementó en 5%

1. La empresa está interesada en determinar la cantidad de unidades que debe vender en el año para reportar a sus socios una utilidad después de impuestos de \$90.000.000. Para esto considera que los costos y los gastos seguirán presentado el mismo comportamiento tenido hasta ahora.

2. El departamento de mercadeo asegura a gerencia que el efecto del aumento de precio fue negativo, ya que si bien es cierto el valor de los ingresos por ventas aumentó; este incremento esta originado por el nuevo precio de venta y no por el volumen de unidades. Aseguran que el crecimiento de una empresa se mide por la capacidad que ésta tiene de absorber el mercado medido por el aumento de unidades vendidas. Proponen volver al precio de venta de \$6.300 y aseguran que si se efectúa una campaña publicitaria de \$ 2.600.000 para dar a conocer a los clientes la reducción del precio, el total de unidades a vender para lo que queda en el año se incrementará en un 20% respecto a la cantidad de unidades que hasta el momento se han vendido y de esta manera llegar más rápidamente a la utilidad que se desea dar a los accionistas. Usted como gerente que acción tomaría.

3. Para el año siguiente se espera un incremento en el nivel general de precios del 10% el cual afectará en la misma proporción cada uno de los costos y gastos fijos al igual que los costos y gastos variables. Interesa conocer cuánto se debe incrementar el precio de venta para que el volumen de unidades para llegar al punto de equilibrio en el nuevo año no varíe.

Las Delicias Ltda.
Estado de Resultados primer semestre año 201X

	Enero 1 a Marzo 31	Abril 1 a junio 30
Ventas	66,150,000	66,150,000
Costo de ventas	29,100,000	28,000,000
Utilidad bruta operacional	37,050,000	38,150,000
Gastos operacionales		
Administración	10,850,000	10,400,000
Ventas	7,025,000	6,800,000
Utilidad operacional	19,175,000	20,950,000

Unidades Vendidas:

$$\text{Enero 1 a Marzo 31} = \frac{66.150.000}{6.300} = 10.500$$

$$\text{Abril 1 a Junio 30} = \frac{66.150.000}{6.615} = 10.000$$

Precio de venta a partir del 1 de abril $(6.300)(1.05) = 6.615$

Se debe recordar que las unidades vendidas son las mismas unidades producidas, ya que los inventarios iniciales y finales han permanecido constantes.

Determinación del costo variable y costo fijo:

$$CT = CF + CV$$

$$29.100.000 = CF + 10.500 CV \text{ (1) (Enero a Marzo)} \quad CF = 29.000.000 - 10.500 CV$$

$$28.000.000 = CF + 10.000 CV \text{ (2) (Abril a Junio)} \quad CF = 28.000.000 - 10.000 CV$$

Al igualar y despejar se obtiene:

$$CF = 6.000.000$$

$$CV = 2.200$$

Bajo la anterior situación se puede concluir entonces que los costos variables por unidad es de \$ 2.800 y los fijos ascienden a la suma de \$ 6.000.000

Determinación gastos de administración variables y fijos.

$$GTA = GFA + GVA$$

$$10.850.000 = GFA + 10.500 GVA \text{ (1) (Enero a Marzo)} \quad GF = 10.850.000 - 10.500 GV$$

$$10.400.000 = GFA + 10.000 GVA \text{ (2) (Abril a Junio)} \quad GF = 10.400.000 - 10.000 GV$$

Al igualar las dos ecuaciones, se obtiene:

$$\text{Gastos variables de administración} = GVA = 900$$

$$\text{Gastos fijos de administración} = GFA = 1.400.000$$

Determinación de gastos de ventas variables y fijos.

$$7.025.000 = GFV + 10.500 GVV \text{ (1) (Enero a Marzo)} \quad GF = 7.025.000 - 10.500 GV$$

$$6.800.000 = GFV + 10.000 GVV \text{ (2) (Abril a Junio)} \quad GF = 6.800.000 - 10.000 GV$$

Efectuando los mismos procedimientos anteriores

$$\text{Gastos variables de ventas} = 450$$

$$\text{Gastos fijos de ventas} = GVV = 2.300.000$$

La utilidad que se debe obtener después de impuestos en los siguientes 6 meses, para ofrecer a los socios una utilidad neta para el año es de \$ 63.918.750, valor obtenido así:

$$90.000.000 - 26.081.250 = 63.918.750$$

Determinación del punto de equilibrio proyectado del 1 de Julio al 31 de Diciembre:

$$\text{Punto de equilibrio} = \frac{CF + GF + \frac{UDI}{1 - T}}{PV - (CV + GVA + GVV)}$$

Los costos y gastos fijos están determinados por trimestre, para este caso los multiplicamos por dos en razón a que los valores obtenidos fueron trimestrales.

$$CF = 6.000.000 \times 2 = 12.000.000$$

$$GFA = 1.400.000 \times 2 = 2.800.00$$

$$GFV = 2.300.000 \times 2 = 4.600.000$$

$$\text{Punto de equilibrio} = \frac{12.000.000 + 7.400.000 + \frac{63.918.750}{0.65}}{6.615 - (2.200 + 900 + 450)}$$

$$\text{Punto de equilibrio} = \frac{117.736.538}{3.065} = 38.413$$

Las unidades que debe vender en el segundo semestre para alcanzar la utilidad deseada es de 38.413 unidades, lo que establece un total de ventas en unidades para todo el año de 58.913. Esto en razón a que en el primer semestre ya se han vendido 20.500 unidades.

Segundo Punto

Situación actual

Unidades vendidas 20.500

Precio de venta 6.615

Unidades requeridas para obtener la utilidad deseada 58.913

Cantidad de unidades que faltan por vender para obtener la utilidad deseada 38.413

El número de unidades vendidas en el segundo trimestre disminuyó en 500 y según el argumento de ventas esto fue causado por el incremento en el precio de venta.

Situación actual

COMPAÑÍA LAS DELICIAS

Determinación Utilidad después de impuestos

Sin considerar propuesta de vendedores

Concepto	Unidades	Precio	Valor
Ventas	20,500	6,615	135,607,500
Costo variable		2,200	45,100,000

Gastos variables Admon	900	18,450,000
Gasto variable ventas	450	9,225,000
Total costos y gastos variables		<u>72,775,000</u>
Margen de contribución		62,832,500
Menos costos y gastos fijos		
Administración		2,800,000
Ventas		4,600,000
Costos		12,000,000
Total costos y gastos fijos		19,400,000
Utilidad operacional		43,432,500
Utilidad después de impuesto segundo semestre		28,231,125
Utilidad después de impuesto primer semestre		40,125,000
Utilidad después de impuesto		68,356,125

COMPAÑÍA LAS DELICIAS

Determinación Utilidad después de impuestos

Considerando propuesta del departamento comercial

Concepto	Unidades	Precio	Valor
Ventas	24,600	6,300	154,980,000
Costo variable		2,200	54,120,000
Gastos Variables Admon		900	22,140,000
Gasto variable ventas		450	11,070,000
Valor publicidad			<u>2,600,000</u>
Total costos y gastos variables			<u>89,930,000</u>
Margen de contribución			65,050,000
Menos costos y gastos fijos			
Administración			2,800,000
Ventas			4,600,000
Costos			12,000,000
Total costos y gastos fijos			19,400,000
Utilidad operacional			45,650,000
Utilidad después de impuesto segundo semestre			29,672,500
Utilidad después de impuesto primer semestre			40,125,000
Utilidad después de impuesto			69,797,500

El los cálculos anteriores se puede establecer los valores de la utilidad neta para el año. Primero partiendo del hecho de que no se reduce el precio de venta y se asume que las ventas permanecen constantes, es decir, en el segundo semestre del año se venderá la misma cantidad que el primer semestre. Esta situación es algo irreal, ya que la cantidad de unidades vendidas para el segundo trimestre del año disminuyó en 500 unidades respecto a las vendidas en el primer trimestre y según el enunciado, parece que el descenso fue motivado por el incremento en el precio de venta. Por lo tanto, si este

efecto continua, se puede llegar a pensar que el volumen de ventas seguirá en descenso, afectando esto necesariamente la utilidad neta que se desea presentar al finalizar el ejercicio contable.

Si se acepta la propuesta del departamento comercial, se tiene claridad sobre el incremento en el volumen de ventas. Si bien es cierto hay necesidad de realizar una campaña para informar el nuevo precio, al revisar el efecto que tiene el desembolso por su realización, se genera una mayor utilidad neta con respecto a la obtenida en el punto anterior.

Por consiguiente, analizando la información que ofrece el ejercicio y los resultados de los cálculos obtenidos es claro lo siguiente:

Si no hay reducción de precio de venta

- Hay incertidumbre acerca del efecto que seguirá teniendo en el mercado el incremento en el precio de venta y puede seguirse presentando reducciones en los volúmenes de venta.
- No es posible alcanzar la utilidad deseada para el año 2011 y de mantenerse el precio de venta, se hace más difícil alcanzarla.

Si se acepta la recomendación del departamento de mercadeo.

- Se reduce la incertidumbre en el volumen de ventas ya que se tiene claridad sobre un incremento.
- Al hacer la reducción se logra incrementar el volumen de ventas por efecto de la campaña, la cual para su realización necesita de una inversión que es cubierta en su totalidad por el incremento en el volumen de ventas, además de generar una utilidad mayor a la obtenida en el caso de no efectuar modificaciones al precio de venta.

Por lo anteriormente expuesto y dejando de lado otras consideraciones que pueden afectar el resultado, pero que no fueron tenidas en cuenta por no mencionarse en el ejercicio. Se recomienda hacer la campaña publicitaria y efectuar una reducción del precio de venta.

Tercer Punto

$$\text{Punto de equilibrio} = \frac{CF + GF}{PV - (CV + GVA + GVV)}$$

$$\begin{aligned} \text{Punto de equilibrio} \\ = \frac{CF + 0.10 CF + GF + 0.10 GF}{PV - (CV + 0.10 CV + GVA + 0.10 GVA + GVV + 0.10 GVV)} \end{aligned}$$

$$= \frac{1.10CF + 1.10 GF}{PV - (1.10CV + 1.10GVA + 1.10GVV)}$$

$$= \frac{1.10[CF + GF]}{PV - 1.10[(CV + GVA + GVV)]}$$

Si el precio de venta se aumenta en un 10%

$$= \frac{1.10[CF + GF]}{1.10[PV - (CV + GVA + GVV)]}$$

$$= \frac{CF + GF}{PV - (CV + GVA + GVV)}$$

1.7 EJERCICIOS DE RECAPITULACIÓN

Puede encontrar la solución en el cd que acompaña el texto

1.7.1 Caso No 1. Dulces Candy

Dulces Candy Ltda es una empresa fabricante de turrone de coco los cuales comercializa en una presentación de 125 grs. Para el mes que acaba de terminar presenta la siguiente información financiera:

DULCES CANDY LTDA ESTADO DE RESULTADOS

Ingresos Operacionales		165.000.000
Comercio al por mayor y por menor	180.000.000	
Menos devoluciones en ventas	15.000.000	
Costo de ventas		85.000.000
Utilidad bruta operacional		80.000.000
Gastos operacionales de administración		
Personal	12.000.000	
Aseo y vigilancia (personal)	5.300.000	
Seguros (amortización)	2.800.000	
Arriendos	3.600.000	
Gastos de viaje	2.700.000	
Mantenimiento (preventivo)	2.800.000	
Honorarios	3.100.000	32.300.000

Gastos operacionales de ventas		
Personal	8.000.000	
Aseo y vigilancia (personal)	1.800.000	
Servicios	1.700.000	
Arriendos	3.200.000	
Comisiones pagadas	8.250.000	
Publicidad	4.700.000	
Mantenimiento (correctivo)	1.200.000	
Gastos de viaje	3.500.000	32.350.000
Utilidad operacional		15.350.000
Ingresos no operacionales		
Rendimiento en inversiones	1.200.000	
Intereses recibidos	500.000	
Utilidad venta de activos	1.800.000	3.500.000
Gastos no operacionales		
Intereses pagados	450.000	
Pérdida en mercancías	380.000	
Pérdida en venta de activos	110.000	940.000
Utilidad		17.910.000

Notas:	
Unidades vendidas	71.739
Unidades Inventario Final	12300
Unidades inventario inicial	11300
Costos fijos	10.200.000
No hubo promociones ni descuentos en ventas durante el periodo	
Metodo de valuar inventarios UEPS	

1. La empresa recientemente recibió la solicitud de fabricar 5000 turrone en los cuales debería ir, no el nombre de la empresa, sino de la compañía contratante, quien ofrecerá el producto a algunos clientes especiales. Las Delicias está en capacidad de fabricar esta orden sin sobrecostos, pero tiene indecisión de aceptar el pedido ya que el cliente le ofrece pagar por unidad de turrón \$1600. ¿Bajo esta situación debe la empresa aceptar el pedido?

2. Se entiende por margen de seguridad el exceso de ventas reales o presupuestadas sobre el volumen de ventas para estar en punto de equilibrio. Esto proporciona el límite con el cual se pueden reducir las ventas antes de que ocurra una pérdida, en otras palabras, el margen de seguridad es una forma de mecánica de establecer si una empresa se encuentra cerca o no cerca del punto de equilibrio. Con base en el margen es posible calcular la razón del margen de seguridad con la siguiente expresión:

$$\text{Razón _M argen _Seguridad} = \frac{\text{Ventas _reales} - \text{Ventas _pto _equilibrio}}{\text{Ventasreales}}$$

3. Con base en la información anterior, determine el margen de seguridad y la razón del margen de seguridad para la empresa Las Delicias en el mes de noviembre.

4. Efectúe el estado de resultados del mes de noviembre para Las Delicias, bajo la técnica de costeo directo determine la diferencia en la utilidad reportada y justifique el por qué de la diferencia mediante una conciliación.

1.7.2 Caso No 2. Compañía La Perla

Compañía La Perla es una empresa fabricante de prendas de vestir y para el mes que acaba de terminar presenta la siguiente información financiera:

**COMPAÑÍA LA PERLA.
ESTADO DE COSTO DE PRODUCCIÓN
DEL 1 AL 30 DE SEPTIEMBRE**

Inv. Inicial Materia Prima	1.107.500
Más compras brutas	23.448.000
Menos devoluciones en compras	
Compras netas	23.448.000
Material disponible	24.555.500
Menos inventario final	3.291.116
Material trasladado a producción	21.264.384
Más inv. inicial material en proceso	-
Material en proceso de transformación	21.264.384
Menos inv. final material proceso	-
Material aplicado a producto terminado	21.264.384
Inv. inicial mano obra en proceso	-
Más mano obra periodo	24.089.449
Menos inv. final mano obra proceso	-
Mano obra aplicada a producto terminado	24.089.449
Más inv. Inicial carga fabril proceso	-
Carga fabril del periodo	34.915.637
Menos inv. final carga fabril en proceso	-
Carga fabril aplicada a producto terminado	38.915.637
Costo de los productos terminados	84.269.470

INFORMACIÓN ADICIONAL

Concepto	Producto A	Producto B	Producto C	Producto D	Total
Material	1.610.000	5.642.500	7.498.506	6.513.378	21.264.384
Mano obra	5.779.531	6.509.005	5.071.439	6.729.474	24.089.449
Carga fabril	7.401.194	8.341.185	6.510.676	16.662.581	38.915.637
Total	14.790.725	20.492.690	19.080.621	29.905.433	84.269.470
Producción	1.860	1.970	2.770	4.300	
Inv. Final	50	20	170	500	
Precio venta	12.000	15.000	12.000	6.600	
Horas hombre laboradas	748	843	658	1.684	3.933

(1) Debe recordarse que el inventario inicial es de cero

(2) Los gastos de administración y ventas variables se distribuyen a los diversos productos de acuerdo a su participación en ventas.

(3) Los gastos variables se calculan con base en las unidades vendidas de cada producto

(4) Valor costos fijos 22.000.000

Gastos de administración

Gastos de ventas

Personal	11.000.000	Personal	8.000.000
Aseo	450.000	Aseo	350.000
Seguros	55.000	Servicios	2.300.000
Arriendos	2.300.000	Arriendos	2.200.000
Gastos de viaje	3.600.000	Comisiones pagadas	6.800.000
Reparaciones	1.560.000	Publicidad	1.300.000
Honorarios	1.800.000	Honorarios	540.000
		Reparaciones	1.700.000
		Gastos de viaje	1.900.000
Total	20.765.000	Total	25.090.000

Aseo: Hace referencia a implementos

Honorarios: Son asesorías profesionales a las cuales se acude cuando se requiere

Seguros: Corresponde a una amortización mensual

1. En este momento la Compañía está pensando seriamente en suspender la producción y comercialización del producto D, ya que según la gerencia financiera esta línea está generando pérdidas. Asegura que al suspenderse las ventas, la utilidad operacional necesariamente tiene que aumentar en razón a que los productos A, B, y C, lo que hacen es cubrir la rentabilidad negativa que ofrece el producto D. Usted como asesor de la empresa que recomendaría. Justifique muy bien.

2. Efectúe el estado de resultados por costeo directo y por la técnica tradicional para el mes de septiembre. Compare las utilidades operacionales obtenidas en cada uno de ellos y realice la conciliación

2. COSTOS ESTIMADOS

2.1 MODELOS DE REGRESIÓN

Una de las técnicas estadísticas de mayor aplicación en los sistemas de costos, y de gran utilidad en la determinación de los costos fijos y variables, es la concerniente a los modelos de regresión. Modelos que se irán a estudiar en esta unidad, observando en detalle las ventajas que presentan y su utilidad en los costos.

Inicialmente, se puede definir un modelo de regresión como un modelo matemático a través del cual se trata de explicar el comportamiento de una variable (denominada variable dependiente) en función de una o más variables (llamadas variables independientes) con el fin de efectuar estimaciones y poder determinar la relación que entre ellas existe. Si el comportamiento de las variables se logra estudiar mediante el empleo de una línea recta, se tiene, entonces un modelo de regresión lineal. No solamente se puede establecer este tipo de relación, ya que esta puede ser de forma exponencial, parabólica o de cualquier otra curva distinta a la lineal, obteniendo en estos casos los modelos de regresión no lineales, dentro de los cuales se conoce principalmente entre otros: *Modelos Exponencial, Modelo Potencial, Modelo Parabólico*, etc.

Su forma matemática viene dada por:

$$Y = B_0 + B_1 X + E$$

Que se estima mediante:

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X$$

$\hat{\beta}_0$ Recibe los nombres de: valor autónomo, ordenada en el origen o coeficiente de intersección. (Es el punto donde la recta corta al eje Y)

$\hat{\beta}_1$ Se conoce con el nombre de coeficiente de regresión. (Es la pendiente o grado de inclinación de la curva)

E: Es el término de perturbación o error, representa todos aquellos factores que afectan la variable dependiente y que no están considerados dentro del modelo.

En este caso los valores $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$, tienen aplicaciones muy grandes dentro del análisis estadístico y su interpretación varía según las variables analizadas, sin embargo con el fin de dar una interpretación general para cualquier variable en estudio, se puede decir lo siguiente:

$\hat{\beta}_0$: Puede ser negativo, positivo o igual a cero. Es el promedio en Y por factores distintos a X.¹

$\hat{\beta}_1$. Puede ser positivo, negativo o igual a cero. La interpretación varía dependiendo del signo que tome por lo que se tiene las siguientes situaciones:

$\hat{\beta}_1 > 0$. Representa la cantidad en que aumenta o disminuye la variable dependiente cuando la variable independiente aumenta o disminuye en una unidad.

$\hat{\beta}_1 < 0$. Representa la cantidad en que aumenta o disminuye la variable dependiente cuando la independiente disminuye o aumenta en una unidad.

Aparentemente las interpretaciones dadas son las mismas, pero si se lee con cuidado se podrá notar que existe una gran diferencia entre ellas, ya que si el coeficiente de regresión es positivo existe una relación directa entre las variables estudiadas, en este caso si aumenta la variable independiente, la variable dependiente aumenta, o caso contrario, si disminuye la variable independiente, la variable dependiente disminuye. Para la situación en la que se tiene un coeficiente negativo, la relación existente entre las variables es inversa, ya que al aumentar la variable independiente, la variable dependiente disminuye, o caso contrario, si se disminuye la variable independiente, la variable dependiente aumenta. La ilustración siguiente ofrece una mayor claridad:

$$\hat{Y} = 4 + 5 X \text{ (En esta situación } \beta_1 \text{ es mayor de cero)}$$

$$\hat{Y} = 4 + 5 (0) = 4$$

$$\hat{Y} = 4 + 5 (1) = 9 \text{ Al aumentar X, Y aumenta}$$

$$\hat{Y} = 4 + 5 (-1) = -1 \text{ Al disminuir X, Y disminuye}$$

$$\hat{Y} = 8 - 2 X \text{ (En esta situación } \beta_1 \text{ es menor de cero)}$$

$$\hat{Y} = 8 - 2 (0) = 8$$

$$\hat{Y} = 8 - 2 (1) = 6 \text{ Al aumentar X, Y disminuye}$$

$$\hat{Y} = 8 - 2 (-1) = 10 \text{ Al disminuir X, Y aumenta}$$

Si $\hat{\beta}_1 = 0$ Las variables X, Y están incorrelacionadas, es decir, no existe ningún tipo de relación entre ellas.

¹ En general se debe utilizar el sentido común al interpretar el intercepto, ya que frecuentemente el rango de los valores de X no incluye el cero como uno de sus valores observados

Para determinar los valores $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$, se emplea un procedimiento conocido como *método de los mínimos cuadrados*. Este nombre obedece al hecho de que con su aplicación se hace mínimo el cuadrado de los errores, por lo que se obtiene el mejor ajuste lineal de todos los posibles que se puedan generar.

Los parámetros para cada uno de los modelos son calculados mediante el empleo de un conjunto de ecuaciones que se denominan ecuaciones normales, las cuales dicen:

$$\begin{aligned}\sum Y &= n\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum X \\ \sum XY &= \hat{\beta}_0 \sum X + \hat{\beta}_1 \sum X^2\end{aligned}$$

Al despejar los parámetros $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$ de las anteriores expresiones se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_0 &= M(Y) - \hat{\beta}_1 M(X) \text{ Es decir } \hat{\beta}_0 = \frac{\sum Y - \hat{\beta}_1 \sum X}{n} \\ \hat{\beta}_1 &= \frac{COV(X, Y)}{V(X)} = \frac{M(XY) - M(X)M(Y)}{M(X^2) - [M(X)]^2} = \frac{\left(\sum XY / n\right) - \left(\sum X / n\right)\left(\sum Y / n\right)}{\left(\sum X^2 / n\right) - \left(\sum X / n\right)^2}\end{aligned}$$

Para dar una mayor claridad del proceso que se debe seguir para obtener un modelo de regresión, observe con detenimiento el desarrollo del siguiente ejercicio:

Una compañía para efectos de establecer controles en el proceso productivo y con el fin de maximizar la producción y disminuir costos, hizo un seguimiento detallado a cada uno de los elementos que integran el costo de producción observando específicamente: eficiencia de personal, unidades terminadas, materia prima consumida. Su deseo es tratar de generar una relación entre cada uno de estos elementos, de forma que con ella pueda tomar mecanismos de control para futuras producciones y pueda calcular el número de horas hombre laboradas, material consumido para distintos niveles de producción, así pues, de esta forma poder confrontar los valores estimados con los valores reales cuantificando y justificando las desviaciones existentes, si es que las llega a haber. Los resultados de su estudio son:

UDS PRODUCIDAS LABORADAS	KGS LLEVADOS A PRODUCCIÓN	No HORAS HOMBRE
20	80	43
24	100	52
28	110	56
33	139	70
35	145	73
39	160	78
43	175	88
45	190	97
60	250	130
22	84	46

¿Cuáles serían estas relaciones? Justifique.

Bajo la anterior situación, interesa establecer un modelo con el que se pueda estudiar el comportamiento del material consumido en función de las unidades producidas. Este comportamiento puede ser establecido al calcular un modelo de regresión, en el cual por el interés de conocer la materia prima a través de las unidades producidas, hace que la variable dependiente (Y) sea el material y la variable independiente (X) producción. La anterior situación nos lleva a generar una regla que siempre deberá ser aplicada al calcular estos modelos y que dice de la siguiente manera: La variable dependiente en un modelo de regresión lineal viene dada por aquella variable que se quiere conocer o estimar.

Una vez identificadas las variables dependiente e independiente, se procede a efectuar los cálculos requeridos para determinar los parámetros del modelo, teniendo los siguientes resultados:

Y = Material consumido
X = Unidades producidas

$$\begin{aligned} \sum X &= 349 & \sum XY &= 55905 & \sum Y^2 &= 230727 \\ \sum Y &= 1433 & \sum X^2 &= 13553 & & \end{aligned}$$

$$V(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = \left(\frac{13553}{10}\right) - \left(\frac{349}{10}\right)^2 = 1355.30 - (34.9)^2 = 137.29$$

$$COV(X, Y) = M(XY) - M(X)M(Y) = \left(\frac{55905}{10}\right) - \left(\frac{349}{10}\right)\left(\frac{1433}{10}\right) = 589.30$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{589.30}{137.29} = 4.2926$$

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\sum Y - \hat{\beta}_1 \sum X}{n} = \frac{1433 - (4.2926)(349)}{10} = -6.5117$$

Por lo tanto, el modelo de regresión viene dado de la siguiente manera:

$$\hat{Y} = -6.5117 + 4.29 X$$

Si se desean producir 250 unidades, interesa conocer cuanta materia prima se debe adquirir para satisfacer este nivel de producción, por lo que se tiene entonces lo siguiente:

$$\hat{Y} = -6.5117 + 4.29 (250) = 1066 \text{ Kilogramos}$$

Interpretando el coeficiente de regresión ($\hat{\beta}_1$) se puede decir lo siguiente: La cantidad de materia prima trasladada a producción aumenta en 4.29 kilogramos cuando la producción aumente en una unidad. En un sentido más práctico, se puede decir entonces, que cada unidad de producto terminado requiere 4.29 kilogramos de material.

$\hat{\beta}_0$: El promedio mínimo del material es de -6.5117 kilogramos. Esta interpretación no tiene mucho sentido, pues es sabido que si no hay material, es imposible fabricar alguna unidad y mucho menos tener producciones negativas. En primer lugar, se debe a que los datos son ficticios y son ofrecidos como ejemplo ilustrativo, en segundo lugar, debe recordarse que al efectuar el ajuste se está cometiendo un error y en este caso en particular se detecta su incidencia; además, el lector debe volver atrás y observar la nota de pie que aparece cuando se hablaba de la interpretación general del $\hat{\beta}_0$.

Efectuando los mismos cálculos para horas hombre se tiene lo siguiente:

Y = Horas hombre
X = Unidades producidas

$$\begin{array}{lll} \sum X = 349 & \sum XY = 28544 & \sum Y^2 = 60171 \\ \sum Y = 733 & \sum X^2 = 13553 & \end{array}$$

$$V(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = \left(\frac{13553}{10}\right) - \left(\frac{349}{10}\right)^2 = 1355.30 - (34.9)^2 = 137.29$$

$$COV(X, Y) = M(XY) - M(X)M(Y) = \left(\frac{28544}{10}\right) - \left(\frac{349}{10}\right)\left(\frac{733}{10}\right) = 296.23$$

$$\beta_1 = \frac{296.23}{137.29} = 2.1577 \cong 2.16$$

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\sum Y - \hat{\beta}_1 \sum X}{n} = \frac{733 - (2.1577)(349)}{10} = -2.003$$

El modelo de regresión es entonces:

$$\hat{Y} = -2.003 + 2.16 X$$

Al interpretar el coeficiente de regresión se tiene lo siguiente: El tiempo de mano de obra aumenta en 2.16 horas, cuando la producción aumenta en una unidad. En otras palabras, cada unidad producida requiere 2.16 horas hombre.

Si se desea establecer costos unitarios y asumiendo que los proveedores ofrecen kilo de materia prima a \$2.500 y que la tarifa de mano de obra por hora hombre laborada es de \$3.200, solamente basta multiplicar estos valores por los respectivos β_1 , ya que este coeficiente lo que hace en realidad es estimar el componente variable del costo ya sea de material u horas hombre. Por lo que se tiene entonces:

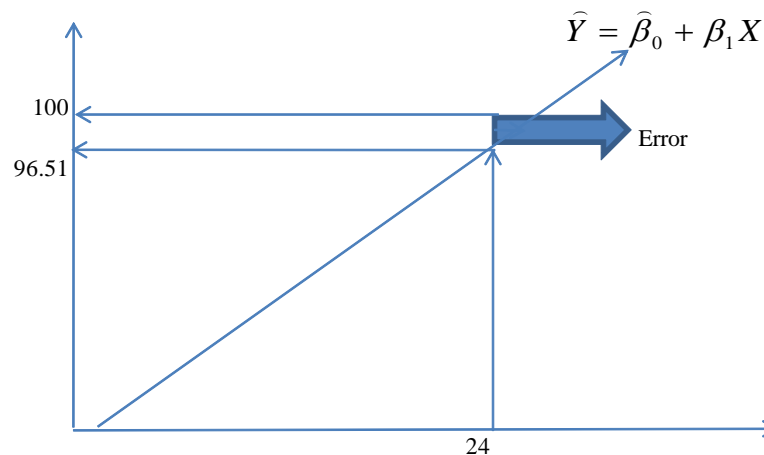
$$\begin{aligned} \text{Costo por unidad de material} &= (4.29) (2.500) = \$ 10.725 \\ \text{Costo por unidad de mano obra} &= (2.16) (3.200) = 6.912 \\ \text{Costo primo}^1 &= \end{aligned}$$

17.637

Si se toman los resultados de la regresión calculada al estimar la materia prima en función de la producción y se estima con el modelo la cantidad de material requerida al producir 20 unidades, se obtiene el siguiente valor:

$$\hat{Y} = -6.51 + 4.29 (20) = 79.29 \text{ Kgs}$$

Sin embargo, al mirar los datos se observa que al producir 24 unidades se requirieron 100 kilos y al estimar el material para estas 24 unidades se obtiene un valor de 96.51, lo cual claramente establece una diferencia entre el valor real y el valor estimado, la cual llamaremos *error* y que gráficamente se representa así:



¹ Costo primo es la suma de la materia prima directa y la mano de obra directa

Ahora interesa calcular el error que se comete al efectuar el ajuste con el modelo, esto nos lleva a hablar de la varianza residual, lo que se hace a continuación:

2.2 VARIANZA RESIDUAL

Denotada como $E_y^2 = V(e)$. Se define como el error promedio que se comete al estimar la variable dependiente en función de la variable independiente. Presenta el gran inconveniente de venir expresada en unidades cuadradas, hecho que limita su uso y utilización, razón por la cual se le extrae la raíz cuadrada, obteniendo de esta manera el error de estimación.

El error de estimación denotado por (E_y) , se define como el error promedio que se comete al estimar la variable dependiente en función de la variable independiente. La fórmula que permite calcularlo parte de la varianza residual, la cual viene dada por:

$$E_y^2 = \frac{\sum Y^2 - \hat{\beta}_0 \sum Y - \hat{\beta}_1 \sum XY}{n - 2} \quad 1$$

Continuando con el ejercicio que se ha venido desarrollando y tratando de calcular la varianza residual, al estimar la materia prima en función de la producción se tiene lo siguiente:

$$E_y^2 = \frac{230727 - (-6.5117)(1433) - (4.2926)(55905)}{10 - 2} = 10.057$$

¿Qué quiere decir? El error promedio que se comete al estimar el material en función de la producción es de 10.057 kilogramos cuadrados.

Al calcular la raíz cuadrada de la varianza residual, se obtiene el error de estimación y su valor para el presente ejercicio junto con la interpretación es:

$$E_y = \sqrt{E_y^2} = \sqrt{10.057} = 3.17$$

El error promedio que se comete al estimar la cantidad de materia prima en función de la producción es de 3.17 kilogramos.

Si se toma el modelo establecido para estimar el total de horas hombre en función de la producción se obtienen los siguientes resultados:

¹ Al estimar dos parámetros (β_0 y β_1) se pierden dos grados de libertad; por lo tanto, se divide por n-2

$$E_y^2 = \frac{60171 - (-2.003)(733) - (2.1577)(28544)}{10 - 2} = 6.22$$

$$E_y = \sqrt{E_y^2} = \sqrt{6.22} = 2.49$$

El error promedio que se comete al estimar el total de horas hombre laboradas en función de la producción es de 2.49 horas.

Cuando se hizo mención al error de estimación se dijo que con él, se está midiendo en promedio las desviaciones de los valores estimados respecto a los observados, por lo que en realidad se está calculando la bondad del ajuste, ya que entre mayor sean estas diferencias menos preciso es el modelo. Con esta medida se tienen inconvenientes en el sentido de poder establecer; cuándo se tiene un error de estimación pequeño o cuándo el error es grande, para así, poder determinar si el modelo se ajusta o no al conjunto de información. Por este hecho, surge una medida estadística denominada *coeficiente de determinación*, que será la utilizada para establecer si el modelo explica o no el comportamiento de las variables en estudio, lo que se entrará a estudiar enseguida:

2.3 Coeficiente de determinación r^2

Es una medida estadística que tiene por objetivo medir la bondad del ajuste, es decir, indica en qué porcentaje las variaciones de la variable dependiente son explicados por la variable independiente.

Su fórmula de cálculo viene dada por:

$$R^2 = 1 - \frac{E_y^2}{V(Y)}$$

$$\text{Donde } V(Y) = M(Y^2) - [M(Y)]^2 = \frac{\sum Y^2}{n} - \left[\frac{\sum Y}{n} \right]^2$$

Nótese que este coeficiente está en función de la varianza residual y existe entre ellos una relación inversa, ya que al aumentar la varianza residual, el coeficiente de determinación tiende a cero y si sucede lo contrario, es decir, si la varianza residual tiende a ser pequeña el coeficiente de determinación tiende a uno. Bajo esta situación, interesa tener una varianza residual pequeña, o sea, un coeficiente muy cercano a uno.

Otra característica de importancia acerca de este coeficiente es que no presenta unidades, hecho por el cual puede ser expresado en forma porcentual y su valor siempre deberá estar ubicado dentro del siguiente intervalo.

$$0 \leq R^2 \leq 1$$

Al medir el ajuste entre material y producción se tiene:

$$R^2 = 1 - \frac{E_y^2}{V(Y)} = 1 - \frac{10.057}{\left(\frac{230727}{10}\right) - \left(\frac{1433}{10}\right)^2} = 1 - \frac{10.057}{2537.81} = 0.9960$$

En un 99.60% las variaciones de la materia prima son explicados por las unidades producidas.

Si se calcula el R^2 para el modelo con el cual se estiman las horas hombre en función de la producción se tiene:

$$R^2 = 1 - \frac{E_y^2}{V(Y)} = 1 - \frac{4.353}{\left(\frac{60171}{10}\right) - \left(\frac{733}{10}\right)^2} = 1 - \frac{6.22}{644.21} = 0.9903$$

En un 99.32% las variaciones del tiempo de elaboración son explicados por la producción.

2.4 Coeficiente de correlación r

Otra medida estadística de gran importancia es el coeficiente de correlación denotado por R . Este coeficiente mide el grado de asociación que existe entre dos variables y se obtiene al extraer la raíz cuadrada del coeficiente de determinación, es decir:

$$R = \sqrt{R^2}$$

Se dijo antes que el coeficiente de determinación estaba definido en el intervalo $[0, 1]$, por lo que el coeficiente de correlación estará definido en el intervalo $[-1, 1]$, es decir:

$$-1 \leq R \leq 1$$

La asociación existente entre dos variables puede ser positiva, negativa o igual a cero, dependiendo del signo que tenga el coeficiente de correlación, el cual vendrá dado por el signo del coeficiente de regresión (β_1). La interpretación varía dependiendo de su valor positivo o negativo, por lo que se tiene los siguientes casos:

Si $R > 0$. Quiere decir que existe una asociación directa o positiva, la cual puede ser calificada como: Alta, media o baja. Si el R es mayor a 0.75 se considera alta, si es menor a 0.5 baja y para cualquier otro valor media.

Si $R < 0$. Se dice entonces que existe una asociación negativa o inversa, existiendo la misma calificación dada en el inciso anterior y con el mismo criterio. Solamente difiere del caso anterior en que en esta situación la relación es inversa.

Si $R = 0$. Quiere esto decir que las variables están incorrelacionadas, es decir, no existe ningún tipo de asociación.

Hasta ahora se efectuó el estudio de los modelos de regresión y se desarrolló un ejercicio en el cual todos los cálculos fueron efectuados en forma mecánica, sin ningún tipo de ayuda tecnológica, solamente la que ofrece las calculadoras.

Actualmente existen programas que con el solo hecho de acceder la información y siguiendo todos los pasos que el programa exige, se pueden obtener todos los resultados anteriores sin mayor dificultad. Dentro de la gran cantidad de programas que existen en el mercado, se puede mencionar las hojas electrónicas en las cuales aparece el *Excel*, como medida muy útil y versátil para establecer cada uno de los valores de los parámetros hasta ahora indicados.

El proceso de cálculo es sencillo y se basa principalmente en seguir con cuidado las siguientes instrucciones para el ejercicio que se ha venido desarrollando y cuyos datos se quieren recordar:

Unidades	20	24	28	33	35	39	43	45	60	22
Material	80	100	110	139	145	160	175	190	250	84
Horas	43	52	56	70	73	78	88	97	130	46

1. En una hoja de *Excel* en donde tenga la información para calcular el modelo, ubíquese en una celda totalmente libre y en la que quiera obtener la salida.
2. En la hoja de cálculo, busque la opción de funciones y haga clic ($f(x)$)
3. Aparece una ventana que dice seleccionar una categoría, allí, de clic en la flecha que aparece en el costado derecho de la misma ventana; al hacerlo se genera un despliegue donde aparecen varias opciones. Debe buscar estadísticas y dar clic en ella; al hacerlo se activa una ventana en la parte inferior donde aparecen diversas funciones estadísticas.

En estas funciones debe realizar el siguiente proceso:

Si desea	β_0	Busque INTERSECCIÓN.EJE
Si interesa	β_1	PENDIENTE
Si desea	R	COEF.DE.CORREL
Para	R^2	COEFICIENTE.R2
Para el <i>error de estimación</i>	E_y	ERROR.TIPICO.XY

4. Después de dar clic en la alternativa que interesa, aparecen tres casillas cada una de ellas con un espacio que debe ser llenado de la siguiente manera:

CONOCIDO Y = Matriz

CONOCIDO X = Matriz

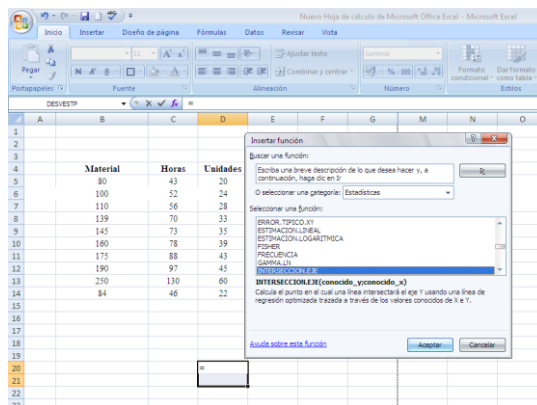
En cada una de las casillas indique el conjunto de celdas en las que se encuentran ubicadas las variables dependiente e independiente. Para el presente caso se accede B4:B14, asumiendo que la información de la variable dependiente se encuentra en este conjunto de casillas, mientras que el grupo de celdas comprendidas entre D4:D14, contienen la información para la variable independiente, por lo que se anota este rango donde dice conocido X. Terminado este proceso haga clic en aceptar y obtiene el valor de interés.

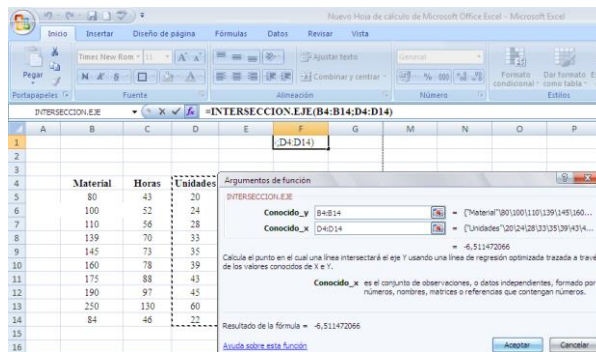
Gráficamente el proceso a seguir paso por paso es el siguiente:

Paso 2

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3						
4		Material	Horas	Unidades		
5		80	43	20		
6		100	52	24		
7		110	56	28		
8		139	70	33		
9		145	73	35		
10		160	78	39		
11		175	88	43		
12		190	97	45		
13		250	130	60		
14		84	46	22		
15						
16						
17						
18						

Paso 3

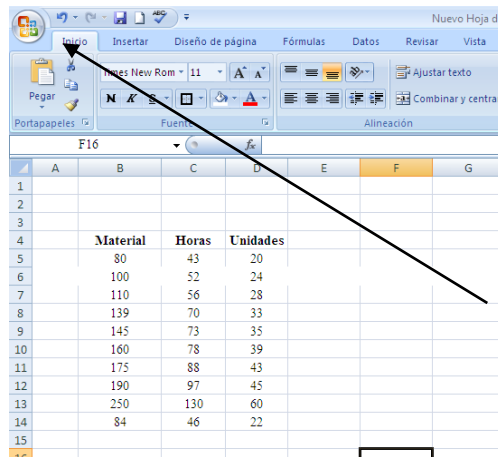




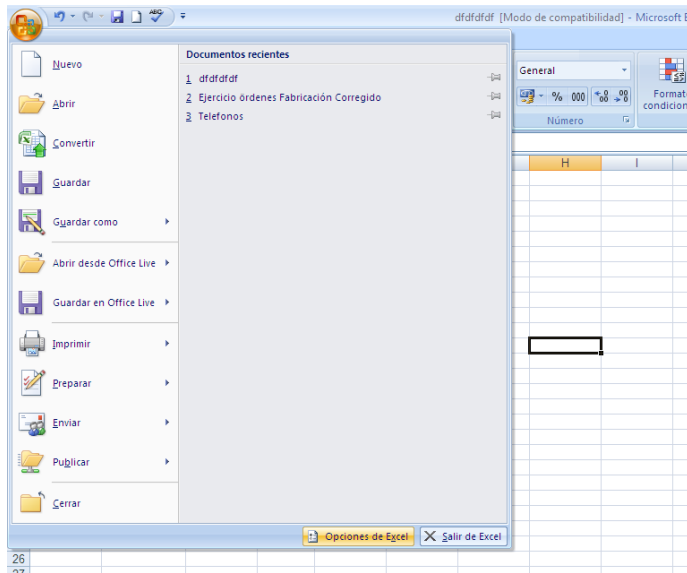
Otra opción más rápida, pero que requiere una formación estadística más profunda, consiste en calcular el modelo de regresión directamente. Para esto debe verificar que la opción que permite el cálculo este activada. Con el ánimo de ofrecer una visión más amplia sobre este tema, se indican las instrucciones asumiendo que la opción que ofrece el *Excel*, no esta activa y se recomienda que el lector siga con cuidado cada uno de los siguientes pasos:

Para activar la función

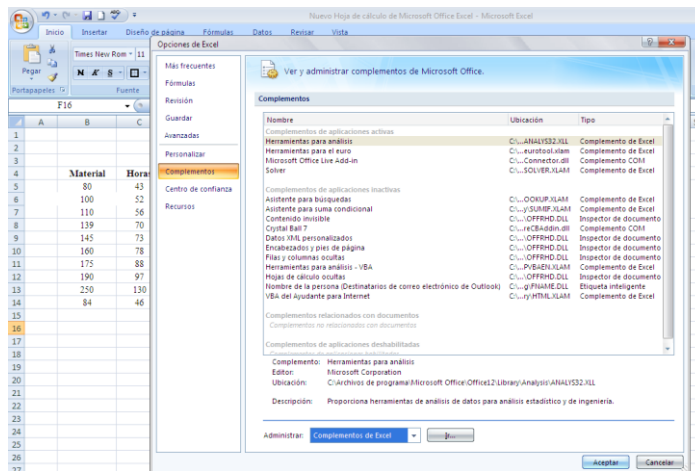
1. Dar clic en el botón Office que aparece en toda la esquina superior izquierda de la hoja *Excel*.



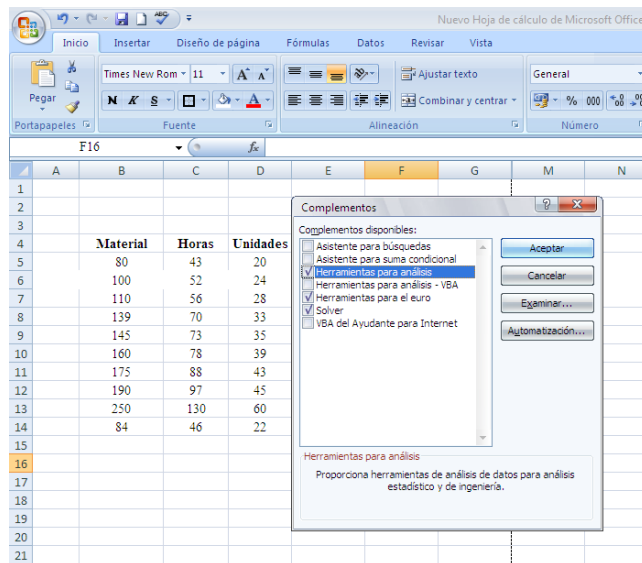
2. Señale la ventana donde aparece opciones de *Excel*



3. Con el cursor marque la opción complementos, y allí en la ventana que aparece en la parte inferior donde dice administrar, dejar la opción complementos de *Excel*, luego dar clic en Ir.

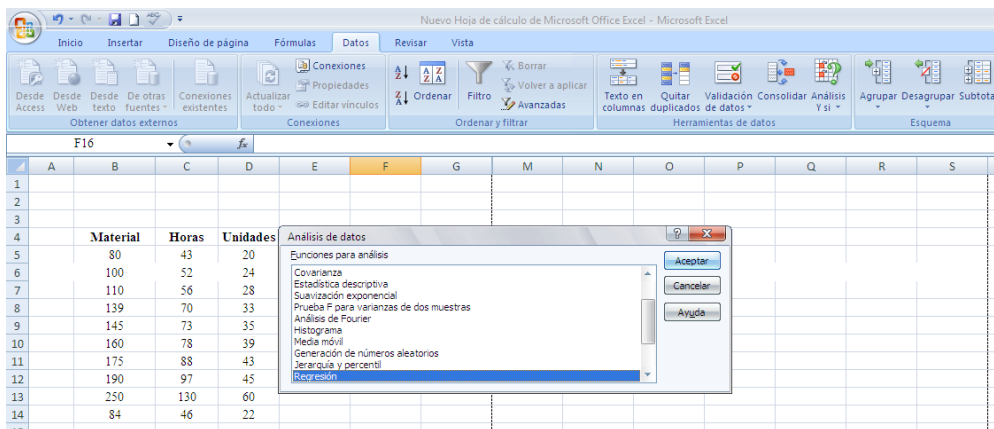


4. Señalar la opción herramientas para análisis, dar aceptar y esperar un poco a que el sistema active la función.



Para correr el modelo

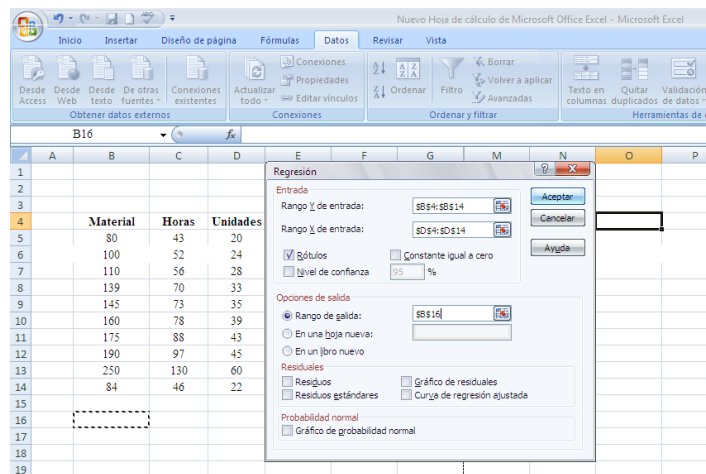
1. En la hoja de *Excel* señalar el ícono de datos; al hacerlo, en el costado superior derecho aparece la opción: **Análisis de datos**, al marcarla se despliega una ventana con diversas funciones estadísticas en las que debe buscar la referente a modelos de regresión.



2. En modelos de regresión aparece un recuadro que debe ser diligenciado así:

- En el recuadro donde aparece rango **Y** de entrada, con el cursor dé clic en el botón rojo que aparece a la derecha, enseguida señale con el cursor las celdas donde se encuentra la información de la variable dependiente y dé aceptar.

- En el recuadro donde dice: Rango **X** de entrada, con el cursor dé clic en el botón rojo que aparece a la derecha, enseguida señale con el cursor las celdas donde se encuentra la información de la variable independiente y dé aceptar.
- En la parte inferior aparece la opción rango de salida, en el costado izquierdo un círculo vacío, haga clic en este círculo, enseguida pase al costado derecho y dé clic en el botón rojo que aparece después del recuadro. Seguido esto, sitúese en una celda vacía de la hoja de cálculo, verificando que haya bastante espacio libre hacia la derecha y hacia abajo y dé aceptar. Lo que acaba de señalar es el lugar donde quiere usted obtener los resultados.
- Si dentro del rango de X, Y, están incluidos los títulos de las variables, asegúrese de haber marcado la opción rótulos, así le indica al sistema que las variables están nombradas.
- Después de hacer lo indicado, haga clic en aceptar.



Terminado el proceso de instrucción y tomando como base la información que aparece en el recuadro anterior, se obtienen los siguientes resultados:

Variable dependiente: Materia prima

<i>Estadísticas de la regresión</i>						
Coefficiente de correlación múltiple	0,9984114					
Coefficiente de determinación R^2	0,9968254					
R^2 ajustado	0,9964286					
Error típico	3,1734379					
Observaciones	10					
ANÁLISIS DE VARIANZA						
	Grados de libertad	Suma de cuadrados	F	Valor crítico de F		
Regresión	1	25297,5343	25297,5343	2511,99165	2,78083E-11	
Residuos	8	80,5656639	10,070708			
Total	9	25378,1				
	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95%	Superior 95%
Intercepción	-6,511472	3,1530312	-2,06514673	0,0727758	-13,78237505	0,75943092
Unidades	4,2925923	0,08564668	50,119773	2,7808E-11	4,095090717	4,49009393

Cuando se determinó el modelo de regresión, se estableció que la cantidad de materia prima trasladada a producción aumenta en 4.29 kilogramos cuando la producción aumenta en una unidad. En algunas situaciones, es de importancia generar un intervalo de confianza para la cantidad de kilogramos de material por unidad producida, ya que esto permitirá controlar el consumo del material. La teoría estadística ofrece una herramienta muy valiosa para solucionar esta inquietud, para lo cual solo basta generar un intervalo de confianza para B_1 , el cual viene dado por la siguiente expresión:

$$P\left(\widehat{\beta}_1 - T_{(1-\alpha/2; n-2)}\sigma_{\beta_1} \leq B_1 \leq \widehat{\beta}_1 + T_{(1-\alpha/2; n-2)}\sigma_{\beta_1}\right) = 1 - \alpha$$

n = Número de observaciones

$\widehat{\beta}_1$ = Coeficiente de regresión obtenido en la muestra

σ_{β_1} = Error cometido al estimar el parámetro poblacional B_1

α = Nivel de significancia

T = Valor obtenido en la distribución T con los grados de libertad y el nivel de confianza indicado.

La expresión que permite calcular el error cometido al estimar el coeficiente de regresión, es decir σ_{β_1} , viene dada por:

$$\sigma_{\beta_1} = \sqrt{\frac{E_Y^2}{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}}$$

Efectuando un intervalo de confianza para la cantidad de materia prima por unidad producida, con una confiabilidad del 95%, se tiene entonces:

$$n-2 = 10-2 = 8 \quad \widehat{\beta}_1 = 4.2926 \quad 1 - \alpha/2 = 1 - 0.05/2 = 0.975$$

$$T_{(n-2;1-\alpha/2)} = T_{(8;0.95)} = 2.3060$$

$$\sigma_{\beta_1} = \sqrt{\frac{10.057}{13553 - \frac{(349)^2}{10}}} = 0.08558$$

El intervalo será entonces:

$$P(\hat{\beta}_1 - T_{(1-\alpha/2;n-2)}\sigma_{\beta_1} \leq B_1 \leq \hat{\beta}_1 + T_{(1-\alpha/2;n-2)}\sigma_{\beta_1}) = 1 - \alpha$$

$$(4.2926 - (2.3060)(0.08558); 4.2926 + (2.3060)(0.08558))$$

$$(4.095; 4.4900)$$

Se concluye: En 90 de cada 100 muestras la cantidad de materia prima por unidad se encuentra entre 4.095 y 4.49 kilogramos.

Efectuando ahora los cálculos para la mano de obra se tiene lo siguiente:

Variable dependiente: Mano de obra

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coefficiente de correlación múltiple	0,9960837
Coefficiente de determinación R ²	0,9921828
R ² ajustado	0,9912057
Error típico	2,5089577
Observaciones	10

ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Grados de libertad de cuadrado de los cuac</i>		<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>		
Regresión	1	6391,74105	6391,74105	1015,38913	1,02428E-09	
Residuos	8	50,3589482	6,29486853			
Total	9	6442,1				
	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>
Intercepción	-2,003569	2,49282389	-0,80373471	0,44477359	-7,752031288	3,74489311
Unidades	2,1576954	0,06771328	31,8651711	1,0243E-09	2,001548276	2,3138425

Determinado un intervalo de confianza del 95% para la cantidad de tiempo que se requiere por unidad producida, se tiene:

$$n - 2 = 10 - 2 = 8 \quad \hat{\beta}_1 = 2.1577 \quad 1 - \alpha/2 = 1 - 0.05/2 = 0.975$$

$$T_{(n-2;1-\alpha/2)} = T_{(8;0.975)} = 2.306006$$

$$\sigma_{\beta_1} = \sqrt{\frac{6.22}{13553 - \frac{(349)^2}{10}}} = 0.0673093$$

El intervalo será:

$$P(\hat{\beta}_1 - T_{(1-\alpha/2; n-2)} \sigma_{\beta_1} \leq B_1 \leq \hat{\beta}_1 + T_{(1-\alpha/2; n-2)} \sigma_{\beta_1}) = 1 - \alpha$$

$$(2.1577 - (2.306006)(0.0673093); 2.1577 + (2.306006)(0.0673093))$$

$$(2.00; 2.31)$$

Concluyendo lo siguiente: En 95 de cada 100 muestras el tiempo empleado por unidad producida se encuentra entre 2 y 2.31 horas.

En lo referente a la carga fabril, se sigue el mismo proceso llevado a cabo con la materia prima y la mano de obra, con la diferencia de que en esta situación el B_0 adquiere gran importancia, en el sentido de que por medio de él se logra estimar el componente fijo de costo, mientras que el B_1 será la estimación del componente variable. A estos también se les puede obtener intervalos de confianza, lo que se logra con la aplicación del procedimiento dado anteriormente.

Para ilustrar el proceso, obsérvese con detenimiento el siguiente ejemplo:

EJEMPLO 2.1

Empresa la Ricura es una entidad de carácter industrial, que tiene su domicilio principal en la ciudad de Manizales y su objeto social es la producción y comercialización del dulce de guayaba. Los resultados de las últimas producciones se resumen en el siguiente cuadro:

Costo Producción	Bocadillo
Miles Pesos	(Libras)
45,000	10,200
48,000	13,500
49,000	13,000
52,000	12,800
41,000	9,000
58,000	10,600
60,000	13,000
25,000	5,000
60,000	14,500
66,000	17,800
40,000	12,500

El interés se centra en establecer el número de unidades que debe vender para estar en punto de equilibrio, si el precio de venta es de \$7.200 libra.

Al calcular el modelo de regresión con la opción *análisis de datos*, se obtuvieron los siguientes resultados:

<i>Estadísticas de la regresión</i>							
Coeficiente de correlación múltiple		0.8354665					
Coeficiente de determinación R ²		0.6980043					
R ² ajustado		0.6644493					
Error típico		6747.228					
Observaciones		11					
ANÁLISIS DE VARIANZA							
<i>Grados de libertad</i>			<i>de cuadrados de los cu</i>		<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>	
Regresión	1	947001506	947001506	20.80175142	0.001364525		
Residuos	9	409725767	45525085				
Total	10	1.357E+09					
		<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>
Intercepción	13985.015	8038.5653	1.7397402	0.115898526	-4199.483075	32169.51298	
Bocadillo	2.95803514	0.6485648	4.5608937	0.001364525	1.490879625	4.425190663	

Las interpretaciones de los resultados obtenidos son:

R²: En un 69.80% las variaciones del costo son explicados por las unidades producidas.

Error típico: El error promedio que se comete al estimar el costo en función de las unidades producidas es de 6747.22 miles de pesos.

B₁: El costo de producción aumenta o disminuye en 2.958 pesos cuando la producción de bocadillo aumenta o disminuye en una libra.

B₀: El costo promedio de producción por factores distintos a la cantidad de bocadillo producido es de 13985 miles de pesos

Intervalo de confianza para B₁: En 95 de cada 100 muestras, el costo por unidad producida esta entre 1.49 y 4.42 miles de pesos.

Intervalo de confianza para B₀: En 95 de cada 100 muestras, el costo promedio de producción por factores distintos a la cantidad de bocadillo producido no supera los 32.169 miles de pesos.¹

¹ Deber tenerse presente que el límite inferior toma valor negativo, situación que motiva a tener en cuenta solamente el valor superior del intervalo.

$$\text{Punto_Equilibrio} = \frac{\text{Costos_fijos}}{\text{Precio_venta} - \text{Costos_variables}} = \frac{13.985.015}{7200 - 2958} = 3296.79$$

La empresa debe vender 3296.79 libras de bocadillo de guayaba para estar en punto de equilibrio.

2.5 PRUEBAS DE HIPÓTESIS

Hasta este momento se ha hecho referencia al procedimiento que se debe seguir para efectuar estimaciones puntuales y por intervalo para el coeficiente de regresión en el modelo lineal. En esta sección se entra a estudiar los pasos que se deben seguir cuando se hace una afirmación acerca del parámetro B_1 y se desea efectuar el contraste empleando los resultados de una muestra

Para desarrollar la prueba, es importante recordar que el estadístico muestral denotado como T_c y definido como aparece enseguida, sigue una distribución T con $n-2$ grados de libertad, es decir:

$$T_c = \frac{\hat{\beta}_1 - B_1}{\sigma_{\beta_1}} \text{ Se Distribuye T con } n-2 \text{ grados de libertad}$$

Donde $\hat{\beta}_1$ es el coeficiente de regresión obtenido en la muestra

B_1 Es el valor del parámetro poblacional del cual se efectúa el contraste

σ_{β_1} Es el error que se comete al estimar el parámetro de regresión poblacional a través del coeficiente de regresión muestral

EJEMPLO 2.2.

Empresas La Ricura durante los últimos meses ha efectuado un seguimiento detallado al proceso productivo para aumentar la eficiencia del personal y disminuir la carga fabril variable. Como resultado, implementó mejoras en el sistema de producción y considera que el efecto que ellas han tenido ha sido una reducción del tiempo de operación por unidad producida que antes estaba en 1.45 horas y una disminución de los costos indirectos de fabricación variables que estaban en 4200 pesos. Para verificar si hay razón en estas apreciaciones, tomó una muestra de 15 órdenes y observó en ellas la carga fabril variable y el tiempo empleado por unidad. Los resultados se ofrecen en el siguiente cuadro:

Tiempo horas	Cto producción	Producción unidades
6,3	23.580	4,5
6,4	24.180	4,6
6,8	24.900	4,8
6,8	25.160	4,9
6,5	24.400	4,7
3,4	23.970	4,6
5,2	22.880	3,8
9,1	31.680	6,5
6	23.830	4,6
7,2	26.460	5,2
6,5	29.180	5,3
7,8	29.780	5,9
8,5	32.980	6,5
8,4	31.680	6,4
9,1	35.680	7,2

En este momento interesa determinar si la carga fabril variable es menor de 4.200 y saber también, si el tiempo de producción por unidad es inferior de 1.45 horas.

Para aceptar o rechazar las afirmaciones hechas, se debe realizar una prueba de hipótesis y por considerar que el tiempo y los costos han disminuido, la prueba debe ser a la cola de la izquierda. El planteamiento y desarrollo del contraste, se indica enseguida:

Para el tiempo de operación por unidad producida:

El planteamiento de las hipótesis es el siguiente:

H_0 : El tiempo de operación por unidad producida es de 1.45 horas

H_1 : El tiempo de operación por unidad producida es menor de 1.45 horas

En notación se tiene: $H_0: \beta_1 = 1.45$

$H_1: \beta_1 < 1.45$

El estadístico muestral con la que se puede desarrollar y la distribución que sigue, viene dado por:

$$T_C = \frac{\widehat{\beta}_1 - \beta_1}{\sigma_{\beta_1}} \text{ Se Distribuye } T_{(n-2;1-\alpha)}$$

La regla de decisión viene dada por la forma como se planteen las hipótesis, por lo cual existen estas tres únicas posibilidades:

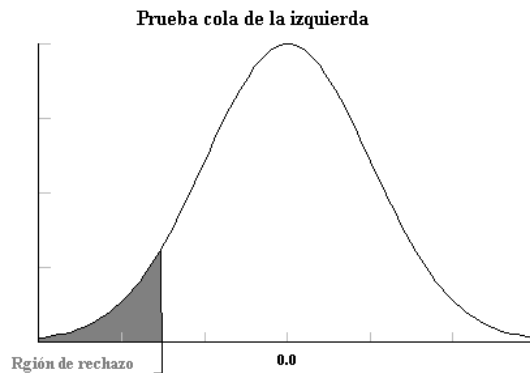
Prueba a una cola. Cola de la izquierda

Ho: $\beta_1 = \theta$

H1: $\beta_1 < \theta$ si $T_C < T_{(n-2;1-\alpha)}$ Se rechaza Ho, en caso contrario se acepta

Ho

θ es el valor poblacional y que está siendo contrastado. Gráficamente se tiene:

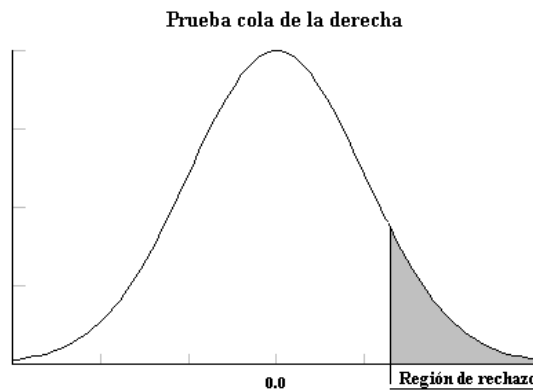


Prueba a una cola. Cola de la derecha

Ho: $\beta_1 = \theta$

H1: $\beta_1 > \theta$ si $T_C > T_{(n-2;1-\alpha)}$ Se rechaza Ho, en caso contrario se acepta

Ho.



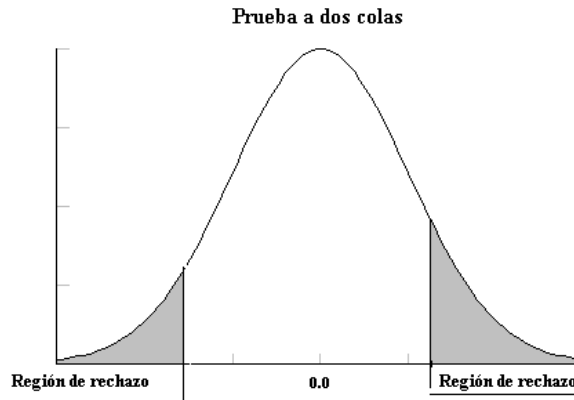
Prueba a dos colas

Ho: $\beta_1 = \theta$

H1: $\beta_1 \neq \theta$

si $Tc < T_{(n-2; 1-\alpha/2)}$ o $Tc > T_{(n-2; 1-\alpha/2)}$ Se rechaza

Ho, en caso contrario se acepta Ho.



Para el ejercicio que interesa se tiene lo siguiente:

β_1 = Es el coeficiente de regresión en la población, que por el planteamiento de la hipótesis es igual a 1.45.

$\hat{\beta}_1$ = Es el coeficiente de regresión obtenido en la muestra, es decir, el coeficiente calculado en el modelo de regresión muestral. Según los resultados mostrados en el cuadro inferior, que fueron obtenidos al usar la opción análisis de datos, el valor es 1.34

σ_{β_1} = Error cometido al estimar el β_1 poblacional a partir del resultado de una muestra. Su valor es de 0.2234, obtenido también de la tabla que se muestra enseguida.

Información obtenida al correr el modelo con la opción análisis de datos.

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coeficiente de correlación múltiple	0,85707525
Coeficiente de determinación R ²	0,73457799
R ² ajustado	0,71416091
Error típico	0,81174328
Observaciones	15

ANÁLISIS DE VARIANZA

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio cuadrados	F	Valor crítico de F
Regresión	1	23,7072803	23,7072803	35,9786056	4,4589E-05
Residuos	13	8,56605303	0,65892716		
Total	14	32,2733333			

	Coefficientes	Error típico	Estadístico	Probabilidad
Intercepción	-0,1694697	1,20255787	0,14092436	0,89008997
Producción unidades	1,34015152	0,22342499	5,99821687	4,4589E-05

Con lo anterior, el T calculado se obtiene de la siguiente manera:

$$T_c = \frac{1.34 - 1.45}{0.2234} = -0.4923$$

Empleando las ayudas de las hojas electrónicas, se puede obtener el valor tabulado, para lo cual se sigue el proceso siguiente:

Estando en *Excel*, busque la opción fx y haga clic en ella.

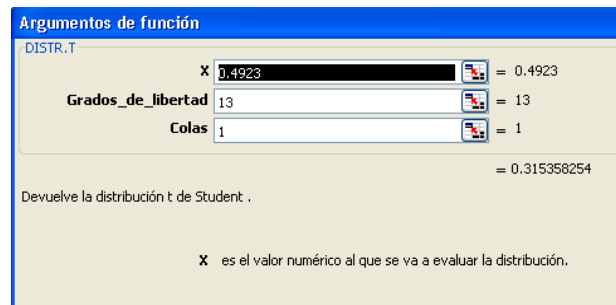
1. Dé clic en la parte que dice estadísticas.
2. En el panel derecho busque distribución T y haga clic.
3. Hecho esto, aparece un conjunto de recuadros que deben ser llenados de la siguiente manera:

X	0.4923 Se coloca el valor Tc que fue obtenido
Grados Libertad	13 Ubique los grados de libertad. Recuerde n - 2
Colas	1 Indique si es a una o a dos colas, anotando el número 1 Si es una cola o 2 si son dos colas

5. Dé clic en aceptar para obtener el valor buscado que para el caso es 0.31536

La distribución T es una distribución simétrica, por lo que se cumple lo siguiente:

$$P(T > 0.4923) = P(T < -0.4923) = 0.3153$$



Efectuado lo anterior, ya se cuenta con toda la información para efectuar la prueba, la cual se realiza de la siguiente manera.

Tomando un nivel de confianza del 95%, se tiene un nivel de significancia de 0.05, ahora como $0.3153 > 0.05$, quiere decir que $T_C > T_{(n-2;1-\alpha)}$, por lo tanto se acepta H_0 , lo cual quiere decir que no hay evidencia suficiente para afirmar que el tiempo de operación por unidad producida ha disminuido.

Efectuando ahora la prueba para el costo variable, se tiene lo siguiente:

- H_0 : El costo variable es de 4.200
- H_1 : El Costo variable es menor de 4.200

En notación se tiene: $H_0: \beta_1 = 4.200$
 $H_1: \beta_1 < 4.200$

El estadístico muestral con la que se puede desarrollar y la distribución que sigue, viene dado por:

$$T_C = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\sigma_{\beta_1}} \text{ Se Distribuye } T_{(n-2;1-\alpha)}$$

Utilizando la opción análisis de datos, se obtuvieron los siguientes resultados:

Resumen

Estadísticas de la regresión					
Coeficiente de correlación múltiple				0,98018933	
Coeficiente de determinación R ²				0,96077113	
R ² ajustado				0,95775353	
Error típico				844,227941	
Observaciones				15	

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio cuadrados	F	Valor crítico de F
Regresión	1	226922189,4	226922189	318,388609	1,5943E-10
Residuos	13	9265370,606	712720,816		
Total	14	236187560			

	Coeficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad
Intercepción	5381,07576	1250,6823	4,30251212	0,00085926
Producción u	4146,21212	232,3660931	17,8434472	1,5943E-10

Se establece el valor del Tc, así:

$$Tc = \frac{4146.21 - 4200}{232.36} = 17.84$$

$$P(T < 17,84) = 1.5943E - 10 \cong 0$$

Tomando un nivel de confianza del 95%, se tiene un nivel de significancia de 0.05, ahora como $0.05 > 0.0$, quiere decir que $Tc < T_{(n-2; 1-\alpha)}$, por lo tanto se rechaza Ho, lo cual quiere decir que el costo variable por unidad es menor de 4200.

Para terminar, es importante hacer algunas aclaraciones en lo que respecta al modelo de regresión y su importancia como instrumento para establecer en forma técnica y confiable lo correspondiente al costo estimado.

En lo expuesto hasta ahora, se ha asumido que las variables tienen un comportamiento lineal, situación que no es siempre cierta, ya que se pueden presentar casos en los cuales las variables tengan un comportamiento distinto. Para esta situación existen dos posibles soluciones a saber:

- La primera consiste en buscar una variable explicativa (X), que se ajuste al comportamiento de los costos indirectos de fabricación en forma lineal y para corroborar que esto ocurre, se debe calcular el coeficiente de

determinación (R^2), si se encuentra un valor mayor al 75%, se tiene un buen modelo, es decir, la explicativa puede ser utilizado para establecer las variaciones de la variable dependiente con el empleo de una regresión lineal.

- La segunda alternativa se basa en utilizar un modelo de regresión no lineal, dentro de los cuales están: el modelo potencial, el modelo parabólico, el modelo exponencial dentro de muchos otros, de los cuales ya existe una amplia bibliografía en los libros básicos de estadística, y que, sin embargo, se hará una breve mención enseguida.

2.6 MODELOS DE REGRESION NO LINEAL

En muchos casos al tratar de efectuar un ajuste por medio de un modelo de regresión lineal, se encuentra un coeficiente de determinación bajo, situación que indica que la relación entre las variables estudiadas no puede ser explicada por un comportamiento lineal. Esto motiva la búsqueda de otras relaciones u otros modelos con los que se logre tener un mejor grado de explicación, dándose origen a los modelos de regresión no lineales, los cuales se entran a estudiar enseguida.

2.6.1 Modelo de Regresión Exponencial

Es un modelo matemático cuya forma viene dada por:

$$\hat{Y} = (\hat{B}_0)(\hat{B}_1)^X$$

Al tomar logaritmos a ambos costados de la igualdad se tiene:

$$\text{Ln}\hat{Y} = \text{Ln}\hat{B}_0 + X\text{Ln}\hat{B}_1$$

Al efectuar los siguientes cambios de variable

$$\mathbf{Y} = \text{Ln}\hat{Y} \quad ; \quad \mathbf{B}_0 = \text{Ln}\hat{B}_0 \quad \mathbf{B}_1 = \text{Ln}\hat{B}_1$$

Se tendría entonces

$$\mathbf{Y} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1 X$$

Que es en realidad un modelo de regresión lineal, para el cual ya se conocen las fórmulas para calcular los parámetros y al cual aplican completamente todos los conceptos vistos en el modelo de regresión lineal. Solo se diferencia de éste, en que la variable dependiente viene expresada en logaritmo, por lo que al efectuar el cálculo no se va a acceder el valor

de Y, sino el del logaritmo de Y, y en el momento de interpretar se debe anteponer a la variable dependiente el término logaritmo.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores y retomando el ejemplo ilustrativo en el que se trata de analizar el consumo de material en función de la producción, cuyos datos se presentan nuevamente enseguida, se efectuará el ajuste exponencial con la ayuda de las hojas electrónicas, exactamente del *Excel*

Unidades Producidas	Material consumido	Horas hombre
(Cientos)	(kGS)	
20	80	43
24	100	52
28	110	56
33	139	70
35	145	73
39	160	78
43	175	88
45	190	97
60	250	130
22	84	46


Modelo exponencial $\hat{Y} = (\hat{B}_0)(\hat{B}_1)^X$

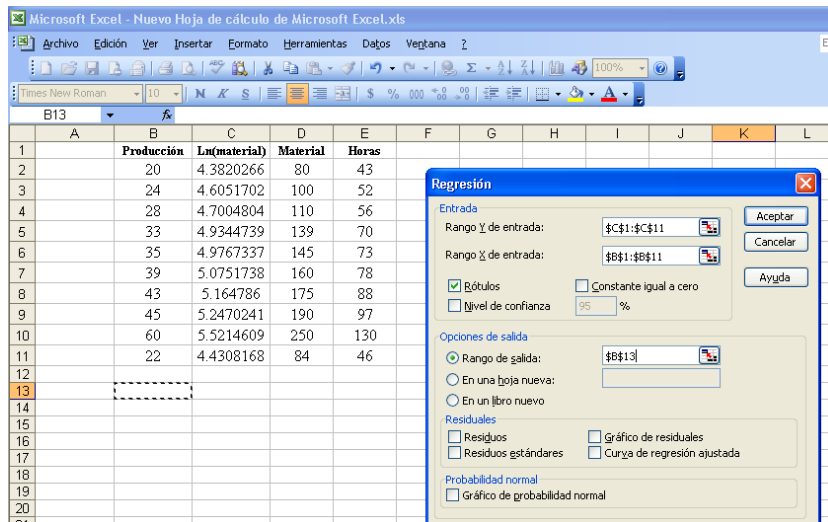
Modelo transformado $Ln\hat{Y} = Ln\hat{B}_0 + X Ln\hat{B}_1$

Variable dependiente : Y = Logaritmo del material

Variable independiente : X = Producción

Utilizando la opción análisis de datos, tal como se indica en las siguientes ilustraciones, se pueden obtener cada uno de los valores requeridos para definir totalmente el modelo.

	A	B	C	D	E	F
1		Producción	Ln(material)	Material	Horas	
2		20	4.3820266	80	43	
3		24	4.6051702	100	52	
4		28	4.7004804	110	56	
5		33	4.9344739	139	70	
6		35	4.9767337	145	73	
7		39	5.0751738	160	78	
8		43	5.164786	175	88	
9		45	5.2470241	190	97	
10		60	5.5214609	250	130	
11		22	4.4308168	84	46	
12						
13						



Estimación del material en modelo exponencial							
<i>Estadísticas de la regresión</i>							
Coeficiente de correlación múltiple		0.980134661					
Coeficiente de determinación R ²		0.960663953					
R ² ajustado		0.955746947					
Error típico		0.077753492					
Observaciones		10					
ANÁLISIS DE VARIANZA							
		<i>Grados de libertad de cuadrado de los cuadrados</i>			<i>F</i>	<i>valor crítico de F</i>	
Regresión	1	1.181165	1.181165004	195.3758	6.65229E-07		
Residuos	8	0.04836484	0.006045605				
Total	9	1.22952985					
	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>	
Intercepción	3.880141617	0.0772535	50.22609448	2.73421E-11	3.701994726	4.058288509	
Producción	0.029331605	0.00209846	13.97768937	6.65229E-07	0.024492551	0.03417066	

Coeficiente de determinación	$R^2 = 0.960664$
Error de estimación	$E_{LnY} = 0.077753$
Número de observaciones tenidas en cuenta	10
Coeficiente de intersección	$Ln\hat{B}_0 = 3.880142$
Coeficiente de regresión	$Ln\hat{B}_1 = 0.029332$
Error cometido al estimar el parámetro poblacional	$\sigma_{\beta_1} = 0.002098$

Modelo calculado

$$Ln\hat{Y} = 3.880142 + 0.029332X$$

Las interpretaciones serán:

$Ln\hat{B}_1 = 0.029332$. El logaritmo del consumo de materia prima aumenta o disminuye en 0.029332 kilogramos, cuando la producción aumenta o disminuye en un ciento de unidades.

$Ln\hat{B}_0 = 3.880142$ El promedio mínimo del logaritmo del material por factores diferentes a las unidades producidas es de 3.880142 Kg.

$E_{Lny} = 0.077753$ El error promedio que se comete al estimar el logaritmo del material en función de la producción es 0.077753 kilogramos.

$R^2 = 0.960664$ En un 96.06% las variaciones del logaritmo del consumo de materia prima son explicados por la producción.

Al efectuar la estimación se tiene:

$$Ln\hat{Y} = 3.880142 + 0.029332(150) = 8.279942$$

Sacando antilogaritmo: $\hat{Y} = e^{8.279942}$

Por lo que $\hat{Y} = 3.943.96$ Kilogramos

Para expresar el modelo calculado en su forma inicial, solamente se requiere sacar antilogaritmo a toda la expresión, por lo que se tiene lo siguiente:

$$\hat{Y} = e^{3.880142} (e^{0.029332})^x$$

Es decir $\hat{Y} = (48.4310918) (1.02976642)^x$

Realizando la estimación con el modelo en su forma original

$$\hat{Y} = (48.4310918) (1.02976642)^{150} = 3943.87$$

Si se desea realizar un intervalo de confianza para estimar el material a consumir al producir 15.000 unidades, la expresión a utilizar vendrá dada por:

$$P[Ln\hat{Y} - T_{(n-2,\alpha/2)} E_{Lny} \leq LN Y \leq Ln \hat{Y} - T_{(n-2,\alpha/2)} E_{Lny}]$$

Tomando un 90% de confianza se tendría:

$$\text{Ln } \hat{Y} = 8.279942 \quad E_{\text{Ln}y} = 0.077753 \quad T_{(n-1, \alpha/2)} = T_{(8, 0.10/2)} = T_{(8, 0.05)} = 1.8595$$

El intervalo de confianza será:

$$[8.279942 - (0.077753)(1.8595) ; 8.279942 + (0.077753)(1.8595)]$$

$$[8.135360297; 8.424523704]$$

Al sacar antilogaritmos se tiene:

$$[e^{8.135360297}; e^{8.424523704}]$$

$$[3.413.04 \quad ; 4.557.47]$$

2.6.2 Modelo de regresión potencial

Es un modelo cuya forma viene dada por:

$$\hat{Y} = (\hat{B}_0)(X)^{\hat{B}_1}$$

Al tomar logaritmos a ambos costados de la igualdad se tiene:

$$\text{Ln} \hat{Y} = \text{Ln} \hat{B}_0 + \hat{B}_1 \text{Ln} X$$

Efectuando los siguientes cambios de variable

$$\mathbf{Y} = \text{Ln} \hat{Y} \quad ; \quad \mathbf{B}_0 = \text{Ln} \hat{B}_0 \quad \mathbf{x} = \text{Ln} X$$

Se tendría:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{B}_0 + B_1 X$$

Que es en realidad un modelo de regresión lineal, en el cual ya se conocen las fórmulas que permiten calcular los parámetros y al cual aplican completamente todos los conceptos vistos en el modelo de regresión lineal. Solo se diferencia de éste, en que las variables estudiadas vienen expresadas en logaritmo, por lo que al efectuar el cálculo no se introduce el valor de Y, sino el de logaritmo de Y, como también tampoco se accede X sino logaritmo de X, y en el momento de efectuar interpretaciones se debe anteponer a las variables el término logaritmo.

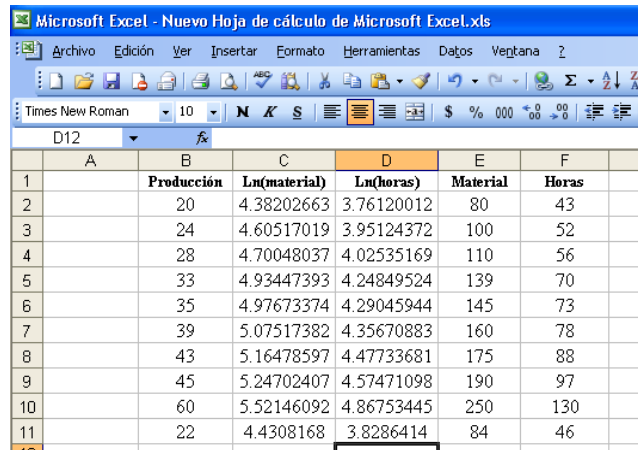
Retomando nuevamente el ejercicio referente al material consumido en función de la producción, y empleando las hojas electrónicas de cálculo se tendrá la siguiente salida:

$$\text{Modelo potencial} \quad \hat{Y} = (\hat{B}_0)(X)^{\hat{B}_1}$$

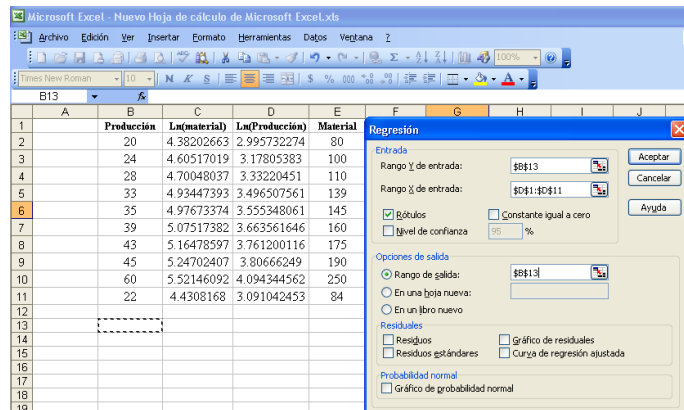
$$\text{Modelo transformado} \quad \text{Ln}\hat{Y} = \text{Ln}\hat{B}_0 + \hat{B}_1 \text{Ln}X$$

Variable dependiente : Y = Logaritmo del material

Variable independiente : X = Logaritmo de la producción



	A	B	C	D	E	F
		Producción	Ln(material)	Ln(horas)	Material	Horas
1						
2		20	4.38202663	3.76120012	80	43
3		24	4.60517019	3.95124372	100	52
4		28	4.70048037	4.02535169	110	56
5		33	4.93447393	4.24849524	139	70
6		35	4.97673374	4.29045944	145	73
7		39	5.07517382	4.35670883	160	78
8		43	5.16478597	4.47733681	175	88
9		45	5.24702407	4.57471098	190	97
10		60	5.52146092	4.86753445	250	130
11		22	4.4308168	3.8286414	84	46



Estimación del material en modelo potencial						
<i>Estadísticas de la regresión</i>						
Coeficiente de correlación múltiple				0.997470082		
Coeficiente de determinación R ²				0.994946565		
R ² ajustado				0.994314885		
Error típico				0.027868777		
Observaciones				10		
ANÁLISIS DE VARIANZA						
	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>	
Regresión	1	1.223316498	1.223316498	1575.08145	1.78684E-10	
Residuos	8	0.00621335	0.000776669			
Total	9	1.229529848				
	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>
Intercepción	1.213185401	0.093409374	12.98783349	1.17072E-06	0.997782997	1.428587804
Ln(Producción)	1.055229559	0.026588598	39.68729583	1.78684E-10	0.993916142	1.116542977

Coefficiente de determinación	$R^2 = 0.994947$
Error de estimación	$E_{LnY} = 0.027869$
Número de observaciones tenidas en cuenta	10
Coefficiente de intersección	$Ln\hat{B}_0 = 1.213185$
Coefficiente de regresión	$\hat{B}_1 = 1.05523$
Error cometido al estimar el parámetro poblacional	$\sigma_{\beta_1} = 0.026589$

Modelo calculado

$$Ln\hat{Y} = 1.213185 + 1.05523LnX$$

Una característica importante de este modelo es que el coeficiente (\hat{B}_1) mide el cambio porcentual en Y ante un pequeño cambio porcentual en X, es decir, un cambio en la producción del 1% genera una modificación en el consumo de materia prima de 1.0552%

$E_{LnY} = 0.027869$ El error promedio que se comete al estimar el logaritmo del material en función del logaritmo de la producción es 0.027869 kilogramos.

$R^2 = 0.994947$ En un 99.49 % las variaciones del logaritmo del consumo de materia prima son explicados por el logaritmo de la producción.

Al efectuar la estimación se tiene:

$$Ln\hat{Y} = 1.213185 + 1.05523Ln(150) = 6.500557681$$

Sacando antilogaritmo se tiene: $\hat{Y} = e^{6.500557681}$

Por lo que $\hat{Y} = 665.5196$ Kilogramos.

Para expresar el modelo calculado en su forma inicial, solo basta sacar antilogaritmo a toda la expresión, por lo que se tiene entonces lo siguiente:

$$\hat{Y} = (e^{1.213185}) (X)^{1.05523}$$

Es decir $\hat{Y} = (3.364182) (X)^{1.05523}$

Realizando la estimación con el modelo en su forma original

$$Y = (3.364182) (150)^{1.05523} = 665.51 \text{ Kg.}$$

Si se desea realizar un intervalo de confianza para estimar el material a consumir al producir 15000 unidades la expresión a utilizar vendrá dada por:

$$P [\text{Ln } \hat{Y} - T_{(n-2, \alpha/2)} E_{\text{Ln}Y} \leq \text{LN } Y \leq \text{Ln } \hat{Y} + T_{(n-2, \alpha/2)} E_{\text{Ln}Y}]$$

Tomado un 90% de confianza se tiene:

$$\text{Ln } \hat{Y} = 6.500557681 \quad E_{\text{Ln}Y} = 0.027869 \quad T_{(n-1, \alpha/2)} = T_{(8, 0.10/2)} = T_{(8, 0.05)} = 1.8595$$

El intervalo de confianza será:

$$[6.500557681 - (0.027869)(1.8595); 6.500557681 + (0.027869)(1.8595)]$$

$$[6.448735276; 6.552380087]$$

Al sacar antilogaritmo se obtiene:

$$[e^{6.448735276}; e^{6.552380087}]$$

$$[631.90 \quad ; 700.91]$$

Para ilustrar mejor el proceso a seguir en la estimación y dar una mayor claridad sobre la aplicación de los modelos de regresión en el campo de los costos, se plantean y desarrollan los siguientes ejercicios:

EJEMPLO 2.3

Los costos de producción para una compañía que no cuenta con un proceso de producción continuo vienen dados como se informa en la tabla No 1. Para esta empresa la inversión en activos es de 25 millones de pesos y los socios desean un rendimiento no inferior al 15%, calculado a partir del total de bienes y recursos que posee la empresa. Cuántas unidades se deben vender para satisfacer la utilidad deseada, si se sabe además lo siguiente:

El precio de venta es de \$15.000.

Los proveedores aseguran un precio estable de materia prima de \$3.500 Kg.

La tarifa de mano de obra por hora laborada es de \$4.800

Material Kgs	Mano Obra Horas	Costo Miles Pesos	Producción Unidades
1050	1650	6900	1500
1584	2530	7900	2200
1625	2750	8400	2500
2030	3364	8700	2900
2015	3410	8800	3100
2380	4046	9000	3400
3280	4797	9200	4100
3400	4950	9500	4500

En esta situación para determinar el número de unidades a vender es indispensable calcular el margen de contribución, por lo que se debe determinar el costo variable por unidad producida.

Para establecer los costos variables en cada elemento integrante del costo se plantean distintos modelos de regresión, en los cuales se toma como variable dependiente: material consumido, mano de obra y carga fabril; cada uno de los cuales es relacionado con las unidades producidas. La razón de hacer esto, está motivada en el hecho de que al determinar el coeficiente de regresión (B_1), se logra conocer la cantidad de material requerido por unidad, el tiempo empleado por unidad producida, como también la carga fabril variable; información básica para establecer los costos variables.

Variable dependiente Y: Material consumido

Variable independiente X: Producción

<i>Estadísticas de la regresión</i>						
Coeficiente de correlación múltiple				0,98414562		
Coeficiente de determinación R ²				0,9685426		
R ² ajustado				0,9632997		
Error típico				157,435827		
Observaciones						8
ANÁLISIS DE VARIANZA						
	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	F	Valor crítico de F	
Regresión	1	4578827,76	4578827,76	184,734142	9,8449E-06	
Residuos	6	148716,238	24786,0396			
Total	7	4727544				
	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95%	Superior 95%
Intercepción	-316,340221	191,246998	-1,65409248	0,1491924	-784,304766	151,624323
Producción	0,82209594	0,06048517	13,5916939	9,8449E-06	0,67409406	0,97009782

Modelo a emplear $\hat{Y} = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 X$

Modelo calculado

$$Y = -316.34 + 0.8221X$$

En este caso $B_1 = 0.8221$. Indica que el consumo de materia prima aumenta o disminuye en 0.822095 kilogramos cuando la producción aumenta o disminuye en una unidad. Esto quiere decir, que cada unidad producida consume 0.8221 kilogramos de material. Como el precio de la materia prima por kilo es de \$ 3.500, el costo de material en cada unidad producida es de \$2.877.33.

Variable dependiente Y: Horas hombre laboradas
Variable independiente X: Producción

Estadísticas de la regresión

Coefficiente de correlación múltiple	0,99398524
Coefficiente de determinación R ²	0,98800666
R ² ajustado	0,98600777
Error típico	134,154365
Observaciones	8

ANÁLISIS DE VARIANZA

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Media Cuadrado	F	Valor crítico de F
Regresión	1	8895710,51	8895710,51	494,277709	5,4154E-07
Residuos	6	107984,362	17997,3937		
Total	7	9003694,88			

	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95%	Superior 95%
Intercepción	-29,1343173	162,965572	-0,1787759	0,86399758	-427,896706	369,628071
Producción	1,14587085	0,05154068	22,2323573	5,4154E-07	1,01975534	1,27198635

Modelo a emplear $\hat{Y} = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 X$

Modelo calculado

$$Y = -29.1343 + 1.145871X$$

En esta situación, B_1 indica que el tiempo de producción aumenta o disminuye en 1.1459 horas, cuando la producción aumenta disminuye en una unidad. En realidad, lo que el parámetro indica, es que cada unidad producida emplea un tiempo de 1.1459 horas, este valor al ser multiplicado con la tarifa por hora, determina el costo de mano de obra por unidad producida. Bajo esta situación se tiene:

$$\begin{aligned} \text{Costo de mano de obra por unidad} &= (1.1459) (4.800) \\ &= 5.500.32 \text{ Pesos} \end{aligned}$$

Variable dependiente Y: Costos indirectos de fabricación
Variable independiente X: Producción

<i>Estadísticas de la regresión</i>						
Coeficiente de correlación múltiple				0,9489103		
Coeficiente de determinación R ²				0,90043076		
R ² ajustado				0,88383589		
Error típico				281,644267		
Observaciones				8		
ANÁLISIS DE VARIANZA						
		<i>Grados de libertad de cuadrado de los cuac</i>		<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>	
Regresión	1	4304059,04	4304059,04	54,2595751	0,00032074	
Residuos	6	475940,959	79323,4932			
Total	7	4780000				
	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>
Intercepción	6138,92989	342,130642	17,9432332	1,9268E-06	5301,76637	6976,09341
Producción	0,79704797	0,10820474	7,3661099	0,00032074	0,53228052	1,06181542

Modelo a emplear $\hat{Y} = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 X$

Modelo calculado

$$Y = 6138.93 + 0.0797048 X$$

Como se había dicho al inicio de esta unidad, al relacionar los costos de producción con las unidades producidas, los parámetros del modelo (B_0 y B_1) tienen interpretaciones muy particulares. En este caso B_0 determina los costos fijos, en tanto que B_1 determina los costos variables. Bajo estas consideraciones lo que se tiene en realidad es:

Costos fijos = $B_0 = 6138.93$ Miles de pesos, es decir \$6.138.930

Costo variable = $B_1 = 0.797048$ Miles de pesos, es decir \$797.04

Costos variables por unidad

Costo de material = 2.877.33

Costo de mano = 5.500.32

Carga fabril variable = 797.05

Costo variable por unidad = 9.174.70

Según la información, el precio de venta por unidad es de \$ 15.000 y la utilidad deseada será el 15% del nivel de activos, es decir $(0.15) (25.000.000) = \$ 3.750.000$

Con esta información se tiene:

$$Unidades_a_Vender = \frac{6.138.930 + 3.750.000}{15.000 - 9174.70} = 1.698$$

El número de unidades que debe vender para alcanzar la utilidad deseada es de 1698

¿Cuántas unidades debe vender si se desea una utilidad neta de \$3.750.000?

En esta situación hay que tener presente la tasa impositiva en razón de que se está hablando de utilidad neta, es decir ganancia después de haber deducido los impuestos. Asumiendo que la tarifa de impuestos es del 35%, se tendría lo siguiente:

$$Unidades_a_Vender = \frac{Costos_Fijos + \frac{Utilidad_Después_de_Impuestos}{1 - Tasa_Impositiva}}{Margen_de_Contribución_Unitario}$$

$$Unidades_a_Vender = \frac{6.138.930 + \frac{3.750.000}{1 - 0.35}}{15.000 - 9174.22} = 2044$$

El número total de unidades a vender cuando se desea una utilidad neta del 15% sobre el nivel de activos, con una tasa impositiva del 35% es de 2.044

EJEMPLO 2.4

Compañía La Perla dentro de su producción tiene un artículo denominado Agro, el cual requiere para su elaboración dos tipos de materia prima directa denominada A y B. El proceso productivo se realiza en dos operaciones y los tiempos para cada una de ellas junto con los consumos de material para las 10 últimas órdenes producidas se muestran enseguida.

Producto Agro
Materiales empleados y tiempo de producción

No Orden	Producción	Material A	Operación 1	Material B	Operación 2	Total horas
1	13.890	9.260	4.630	19.680	11.112	15.742
2	14.251	10.834	6.621	21.000	12.500	19.121
3	14.520	8.095	8.306	20.800	11.616	19.922
4	25.630	16.439	11.248	37.000	21.600	32.848
5	36.470	23.482	13.272	51.456	29.176	42.448
6	23.900	16.335	10.618	34.500	20.800	31.418
7	24.100	15.992	7.996	35.000	19.280	27.276
8	17.200	10.741	7.169	24.000	13.760	20.929
9	26.450	17.446	12.212	36.010	21.160	33.372
10	15.630	9.770	6.980	20.800	9.600	16.580

Otra información que posee es la siguiente:

1. El inventario de materia prima para el producto A es de 3.000 kilos a un costo unitario de \$3.300, y para el producto B 8.000 kilos a un costo de \$2.800 por unidad. La empresa no piensa dejar existencias de estos materiales.

2. Los proveedores garantizan las necesidades de materia prima que requiere la empresa al mismo costo con que se tiene registrado en el inventario que lleva la entidad.

3. La tarifa de mano de obra directa para la operación 1 y operación 2 respectivamente es de \$4.300 y \$4.800.

4. La carga fabril se aplica con base en las horas hombre laboradas.

La empresa está realizando los estados financieros presupuestados y sabe que para el próximo año las ventas de Agro serán de 70.000 unidades y desea conocer el estado de resultados al 95% de confianza empleando costeo directo, para el efecto asuma lo siguiente:

Todas las unidades producidas se vendieron.

El precio de venta es de \$23.000 el cual se mantendrá estable durante todo el año.

Los gastos operacionales fijos y variables fueron estimados en un nivel de confianza del 95% y los resultados obtenidos fueron:

En 95 de cada 100 muestras se estima que los gastos fijos estarán entre \$12 y \$18 millones de pesos

En 95 de cada 100 muestras los gastos operacionales por unidad vendida están entre \$2525 y \$3.425.

Desarrollo

Lo primero que se debe hacer es estimar el consumo de materia prima directa y el total de horas hombre a laborar para el producto A, lo cual se hace mediante la utilización de los modelos de regresión, obteniendo lo siguiente:

Y = Material A consumido

X = Unidades producidas

Modelo a emplear

Modelo calculado: $\hat{Y} = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 X$

Estadísticas de la regresión

Coefficiente de correlación múltiple	0,9868796
Coefficiente de determinación R ²	0,97393135
R ² ajustado	0,97067277
Error típico	832,660414
Observaciones	10

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Media cuadrada	F	Valor crítico de F
Regresión	1	207221901	207221901	298,88204	1,2762E-07
Residuos	8	5546586,92	693323,365		
Total	9	212768488			

	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95%	Superior 95%
Intercepción	42,1850115	840,386599	0,05019715	0,96119596	-1895,74996	1980,11998
Producción	0,65068619	0,03763758	17,2882052	1,2762E-07	0,56389378	0,7374786

En esta situación, \hat{B}_1 representa la cantidad de material requerido por unidad producida, por lo que se puede concluir lo siguiente: la cantidad de material aumenta o disminuye en 0.65 kilogramos cuando la producción aumenta o disminuye en una unidad.

Al interpretar el intervalo de confianza para \hat{B}_1 se tiene: en 95 de cada 100 muestras el consumo de material por unidad producida está entre 0,5640 y 0,7375 kilos.

El costo de material por unidad producida es: $(0,65) (3.300) = 2.145$
Intervalo de confianza para el costo de material A por unidad producida.

Límite inferior $(0,5689) (3.300) = 1.877,37$
Límite superior $(0,7375) (3.300) = 2.433,75$

Variable dependiente Y: Material B consumido
Variable independiente X: Producción

Realizando el proceso anterior para los elementos restantes del costo se tiene:

Y = Material B consumido
X = Unidades producidas

Modelo a emplear

$$\hat{Y} = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 X$$

Estadísticas de la regresión	
Coefficiente de correlación múltiple	0,99671946
Coefficiente de determinación R ²	0,99344967
R ² ajustado	0,99263088
Error típico	897,377275
Observaciones	10

ANÁLISIS DE VARIANZA

	Grados libertad	Suma cuadrados	Medio de los cuad	F	Valor crítico de F
Regresión	1	977064097	977064097	1213,31319	5,0472E-10
Residuos	8	6442287,79	805285,974		
Total	9	983506384			

	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95%	Superior 95%
Intercepción	65,06063236	905,703962	0,07183432	0,94449717	-2023,49645	2153,61771
Producción	1,412912567	0,04056288	34,8326455	5,0472E-10	1,31937439	1,50645075

Modelo calculado

$$Y = 65,06 + 1.4129.X$$

Costo de material por cada unidad producida (1,4129) (2.800) = 3.956,12

Intervalo de confianza para el costo de material B por unidad producida.

$$\text{Límite inferior } (1,3139) (2.800) = 3.678,92$$

$$\text{Límite superior } (1,5064) (2.800) = 4.217,92$$

Y = Horas hombre laboradas operación 1

X = Unidades producidas

$$\text{Modelo a emplear } \hat{Y} = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 X$$

Modelo calculado

$$Y = 1.747,93 + 0,3375 X$$

Estadísticas de la regresión	
Coefficiente de correlación múltiple	0,89363411
Coefficiente de determinación R ²	0,79858193
R ² ajustado	0,77340467
Error típico	1325,92178
Observaciones	10

ANÁLISIS DE VARIANZA

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	F	Valor crítico de F
Regresión	1	55763091	55763091	31,7183821	0,00049164
Residuos	8	14064548,6	1758068,58		
Total	9	69827639,6			

	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95%	Superior 95%
Intercepción	1747,93621	1338,2249	1,30616028	0,22779991	-1338,01594	4833,88836
Producción	0,3375415	0,05993378	5,6319075	0,00049164	0,19933396	0,47574905

La tarifa por hora laborada de mano de obra en la operación 1 es de 4.300; por lo tanto, el costo será:

Costo de mano de obra por unidad para la operación 1: $(4.300) (0,3375) = 1.451,25$

El intervalo de confianza al 95 % será:

$$\text{Limite inferior } (0,1993) (4.300) = 856,99$$

$$\text{Limite superior } (0,4757) (4.300) = 2.045,51$$

Y = Horas hombre laboradas operación 2

X = Unidades producidas

Modelo a emplear $\hat{Y} = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 X$

Estadísticas de la regresión	
Coefficiente de correlación múltiple	0,98166765
Coefficiente de determinación R ²	0,96367138
R ² ajustado	0,9591303
Error típico	1270,54708
Observaciones	10

ANÁLISIS DE VARIANZA

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	F	Valor crítico de F
Regresión	1	342571775	342571775	212,212057	4,8335E-07
Residuos	8	12914319	1614289,87		
Total	9	355486094			

	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95%	Superior 95%
Intercepción	-679,427542	1282,33637	-0,52983566	0,61061071	-3636,50052	2277,64544
Producción	0,83662252	0,05743075	14,5675	4,8335E-07	0,70418696	0,96905808

Modelo calculado $Y = -679,42 + 0,8366 X$

La tarifa por hora laborada de mano de obra en la operación 2 es de 4.800.

Costo de mano de obra por unidad para la operación 2: $(4.800) (0,8366) = 4.015,68$

El intervalo de confianza al 95 % será:

$$\text{Limite inferior } (0,7042) (4.800) = 3.380,16$$

$$\text{Limite superior } (0,9690) (4.800) = 4.651,20$$

$Y =$ Costos indirectos de fabricación

$X =$ Horas hombre laboradas

Modelo a emplear $\hat{Y} = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 X$

Modelo calculado

$$Y = 5.965,629 + 920,94 X$$

Estadísticas de la regresión	
Coefficiente de correlación múltiple	0,99384841
Coefficiente de determinación R ²	0,98773467
R ² ajustado	0,9862015
Error típico	964542,26
Observaciones	10

ANÁLISIS DE VARIANZA

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Medio cuadrado	F	Valor crítico de F	
Regresión	1	5,9937E+14	5,9937E+14	644,24491	6,219E-09	
Residuos	8	7,4427E+12	9,3034E+11			
Total	9	6,0681E+14				

	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95%	Superior 95%
Intercepción	5965629,399	990262,54	6,02429069	0,00031477	3682079,89	8249178,91
Total horas	920,9420195	36,2833009	25,38198	6,219E-09	837,272578	1004,61146

Costos fijos \$ 5.965.629

Intervalo de confianza para costos fijos

Límite inferior (0,7042) (4.800) = 3.682.079

Límite superior (0,9690) (4.800) = 8.249.178

Costo variable por hora laborada \$ 920,94

Límite inferior 837,27

Límite superior 1.004,61

Producto Agro		
Resumen costos variables		
Costos variables	Límite Inferior	Límite Superior
Material A	1.877,37	1.877,37
Material B	3.678,92	4.217,92
Operación 1	856,99	2.045,51
Operación 2	3.380,16	4.651,20
CIF: Variables	837,27	1.004,61
Total costos variables	10.630,71	13.796,61

Cálculos efectuados para establecer el estado presupuestado

Concepto	Límite inferior	Límite superior	Volumen de producción	Valores en millones de pesos	
				Vr inferior	Vr superior
Costos variables	10.630,71	13.796,61	70.000	744	966
Gastos variables	2.525,00	3.425,00	70.000	177	240
Costos fijos				4	8
Gastos fijos				12	18

COMPAÑÍA LA PERLA
Estado de resultados presupuestado año 2010
A un nivel de confianza del 95%
Millones de pesos

	Límite inferior	Límite superior
Ventas	1.610	1.610
Menos costo del producto terminado y vendido		
Costo variable del producto	744	966
Gastos operacionales variables	177	240
Total costos y gastos variables	921	1.206
Más inventario inicial de mercancía	0	0
Mercancía disponible para venta	921	1.206
Menos inventario final de mercancía	0	0
Margen de contribución	689	404
Menos gastos fijos	12	18
Menos costos fijos	4	8
Ganancia operacional	673	378

EJEMPLO 2.5

La compañía N.N., contrató un especialista a fin de determinar en forma técnica los costos fijos y variables. El especialista de la información que reposa en producción tomó los siguientes datos:

CIF	Costo Materia Prima	Horas Hombre	Costo Mano de Obra
1.500.000	3.600.000	800	6.789.076
1.562.500	4.250.999	850	12.345.678
1.625.000	5.670.987	900	8.654.321
1.687.500	6.590.876	950	9.765.234
1.750.000	13.467.809	1.100	12.987.654

Cuáles serán los costos fijos y variables determinados por el especialista. Justifique la razón de su respuesta.

En esta situación se hace necesario determinar la variable que esté más correlacionada con la carga fabril, por este motivo se calcula el coeficiente de correlación y se toma como variable explicativa aquella que presente mayor asociación.

Variable explicativa	Correlación
Costo materia prima	0,88
Costo mano obra	0,60
Horas hombre laboradas	0,96

Variable dependiente: Carga fabril

Variable explicativa: Horas hombre

Modelo a emplear $\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X$

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coefficiente de correlación múltiple	0,961523948
Coefficiente de determinación R ²	0,924528302
R ² ajustado	0,899371069
Error típico	31348,11641
Observaciones	5

ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	1	36.114.386.792	36.114.386.792	36,75	0,009007352
Residuos	3	2.948.113.208	982.704.403		
Total	4	39.062.500.000			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Inferior 95%</i>
Intercepción	865.566,04	126.056,12	6,87	0,01	464.399,21
Horas Hombre	825,47	136,17	6,06	0,01	392,13

La carga fabril promedio mínima, cuando se laboren cero horas hombre, es de 865.566. La carga fabril aumenta o disminuye en 825.47 cuando el número de horas hombre a laborar aumente o disminuya en una unidad.

2.7 MODELO DE REGRESIÓN LINEAL GENERAL

La forma general del modelo viene dada por la siguiente expresión:

$$\gamma = \chi\beta + \varepsilon$$

que también puede ser escrita de la siguiente manera:

$$\gamma = \beta_0 + \beta_1\chi_1 + \beta_2\chi_2 + \dots + \beta_k\chi_k + \varepsilon$$

Donde

γ es un vector columna de orden (nx1) que corresponde al vector de información de la variable dependiente.

χ es la matriz de observaciones de variables independientes de orden (n,k) y con las cuales se espera explicar las variaciones de la variable dependiente y que se conoce bajo el nombre de matriz de información. Los valores de la primera columna que toman el único valor 1, representan el término del intercepto.

β es el vector de parámetros desconocidos de orden (K, 1)

ε Vector columna de orden (n, 1) y representa las perturbaciones

Con lo dicho anteriormente, el modelo de regresión lineal general viene expresado en forma matricial de la siguiente manera⁶:

$$Y = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & \chi_{11} & \chi_{12} \dots & \chi_{1k} \\ 1 & \chi_{21} & \chi_{22} \dots & \chi_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \chi_{n1} & \chi_{n2} \dots & \chi_{nk} \end{bmatrix} \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Con lo anterior la estimada de regresión es

$$\hat{\gamma} = X\beta$$

Donde:

$\hat{\gamma}$ Es el vector de valores estimados para la respuesta promedio correspondientes a los puntos de observación de las variables explicativas, de orden (n, 1).

La diferencia entre los vectores $\hat{\gamma}$ y γ proporciona el vector de residuos.

El interés se centra en la estimación de los correspondientes valores numéricos de los coeficientes del modelo de regresión. (Vector de parámetros β)

Antes de determinar el proceso que se debe seguir para definir el modelo, es necesario tener en cuenta los siguientes supuestos cuyo cumplimiento o no, validan o invalidan el modelo calculado.

2.7.1 Supuestos

1. La relación existente entre la variable explicada (y) y las variables explicativas (X) es lineal y está dada por la forma como se describió el modelo. La linealidad hace referencia a la linealidad que debe existir entre los parámetros betas del modelo, es decir, estos deben estar elevados siempre a la potencia 1, pudiendo existir linealidad o no linealidad en las variables.
2. Esperanza matemática nula: se supone que la esperanza matemática del término de error e del modelo es cero. Esto quiere decir que las observaciones en X no conllevan información sobre el valor esperado de la perturbación.
3. Homocedasticidad o varianza constante: se supone que la varianza del término de error, es constante a lo largo de todas las observaciones muestrales.
4. Ausencia de auto-correlación.

⁶ CANAVOS, George. Mc Graw Hill. México.1998

5. No existe relación entre todas o algunas variables explicativas del modelo de regresión. Esto se conoce con el nombre de multicolinealidad.
6. Estabilidad temporal: otro supuesto es que sus coeficientes β_0 y β_1 son constantes en el tiempo; igualmente, se cree que el modelo es el mismo para todas las observaciones muestrales.
7. Causalidad unidireccional: se supone que existe una relación causal desde la variable explicativa χ hacia la variable endógena γ , cambios en χ influyen sobre cambios en γ , pero no al revés.
8. Variables explicativas determinísticas: el modelo incorpora el supuesto, claramente restrictivo, acerca de que la variable explicativa χ es determinista. La variable endógena γ no lo es, pues depende de la evolución de una variable aleatoria: el término del error del modelo, e .

Para determinar los valores $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_k$, se emplea un procedimiento conocido como *método de los mínimos cuadrados*. Este nombre obedece al hecho de que con su aplicación, se hace mínimo el cuadrado de los errores, por lo que se obtiene el mejor ajuste lineal de todos los posibles que se podían generar.

Se tiene lo siguiente:

$$Y = X\hat{B} + e$$

$$e = (Y - X\hat{B})$$

La suma de los cuadrados de los residuos $\sum_{i=1}^n e_i^2 = e^T e$

Reemplazando se tiene lo siguiente:

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = e^T e = (Y - X\hat{B})^T (Y - X\hat{B})$$

$$Y^T Y - 2\hat{B}^T X^T Y + \hat{B}^T X^T X\hat{B}$$

Ya que $\hat{B}^T X^T Y$ es un escalar y por lo tanto igual a su traspuesta $Y^T X\hat{B}$

Para hallar el valor de \hat{B} que minimiza la suma de los cuadrados de los residuos, derivamos

$$\frac{\partial}{\partial B} (e^T e) = -2X^T Y + 2X^T X\hat{B}$$

Igualando a cero se obtiene:

$$X^T X \widehat{B} = X^T Y$$

Expresión que al ser desarrollada manifiesta el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\sum Y_i = n\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 \sum X_{2i} + \hat{\beta}_3 \sum X_{3i} + \dots + \hat{\beta}_k \sum X_{ki}$$

$$\sum Y_i X_{2i} = \hat{\beta}_1 \sum X_{2i} + \hat{\beta}_2 \sum X_{2i}^2 + \hat{\beta}_3 \sum X_{2i} X_{3i} + \dots + \hat{\beta}_k \sum X_{2i} X_{ki}$$

$$\sum Y_i X_{3i} = \hat{\beta}_1 \sum X_{3i} + \hat{\beta}_2 \sum X_{2i} X_{3i} + \hat{\beta}_3 \sum X_{3i}^2 + \dots + \hat{\beta}_k \sum X_{3i} X_{ki}$$

⋮

$$\sum Y_i X_{ki} = \hat{\beta}_1 \sum X_{ki} + \hat{\beta}_2 \sum X_{2i} X_{ki} + \hat{\beta}_3 \sum X_{3i} X_{ki} + \dots + \hat{\beta}_k \sum X_{ki}^2$$

Volviendo a la expresión original se tiene lo siguiente:

$$X^T Y = X^T X \widehat{B}$$

Multiplicando a la izquierda ambos miembros de la igualdad por $(X^T X)^{-1}$ se tiene:

$$\widehat{B} = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

2.7.2. Análisis de varianza (ANOVA)

Considérese la técnica del análisis de varianza para probar la hipótesis nula

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

Contra la alternativa

$$H_1 : \beta_j \neq 0 \text{ para } j = 1, 2, \dots, k.$$

Como la hipótesis nula iguala los parámetros de regresión a cero, exceptuando la constante, se está dando a entender que no existe ninguna relación igual a la especificada

por el modelo, entre las variables de predicción y la respuesta. Por lo que se acostumbra decir entonces:

H₀: Ninguna de las variables tenidas en cuenta es importante para establecer variaciones en la variable dependiente,

H₁: Por lo menos una variable es importante para establecer variaciones en la variable dependiente.

Argumentando el modelo lineal, puede demostrarse que la suma total de cuadrados¹ (STC) se encuentra dividida en la suma de cuadrados de la regresión² (SCR) y en la suma de cuadrados de los errores³ (SCE).

Fuente de variación	Numero de grados de libertad	Suma de los cuadrados	Cuadrados medios	Estadística F
Regresión	$k = m - 1$	$B'X'Y - \frac{(\sum \gamma_i)^2}{n}$	$SCR/(m-1)$	$SCR/(m-1) / SCE/(n-m)$
Error	$n - m$	$Y'Y - B'X'Y$	$SCE/(n-m)$	
Total	$n - 1$	$Y'Y - \frac{(\sum \gamma_i)^2}{n}$		

Donde

m: Es el número de parámetros estimados aumentados en una unidad por la incidencia del B₀

n: Es el número de observaciones

La varianza residual o $\left[\frac{SCE}{n - m} \right]$ es el cuadrado medio del error y $\left[\frac{SCR}{m - 1} \right]$ es el cuadrado medio de la regresión. Bajo la hipótesis nula, la estadística de prueba apropiada es:

$$F = CMR/CME \text{ que tiene distribución F con } (m-1; n-m) \text{ grados de libertad}$$

Si un valor resultante de esta estadística es suficientemente grande, una porción considerable de la variación en las observaciones, puede atribuirse a la regresión de γ sobre las variables de predicción definidas por el modelo.

⁷ Hace referencia a la suma de los cuadrados de la variable dependiente

⁸ Hace referencia a la suma cuadrática de los valores estimados

⁹ Hace referencia a la sumatoria total de las diferencias cuadráticas de las diferencias de los valores estimados frente a los reales

R^2 Es una medida que indica en qué porcentaje las variaciones de la variable dependiente son explicados por las variables independientes,

$$R^2 = \frac{SCR}{SCT} = 1 - \frac{SCE}{SCT}$$

Otra característica de importancia acerca de este coeficiente es que no presenta unidades, hecho por el cual puede se expresa en forma porcentual y su valor siempre deberá estar ubicado dentro del siguiente intervalo.

$$0 \leq R^2 \leq 1$$

2.7.3 Análisis secuencial

Hasta este momento se ha hecho referencia al análisis para determinar si alguna de las variables consideradas es importante para establecer variaciones en el modelo. Supongamos que se rechaza la hipótesis nula, es decir, se acepta que por lo menos una variable es importante dentro del modelo, lo que sigue ahora es determinar de las variables analizadas ¿cuál? o ¿cuáles? son importantes para establecer variaciones. Esto se logra con el análisis secuencial.

En primer lugar es importante recordar que el estadístico muestral denotado como T_c y definido como aparece enseguida, sigue una distribución T con $n-2$ grados de libertad, es decir:

$$T_c = \frac{\widehat{B}_K - B_K}{\sigma_{\beta_K}} \text{ Se Distribuye T con } n-2 \text{ grados de libertad}$$

Donde \widehat{B}_K es el coeficiente de regresión obtenido en la muestra

B_K : Es el valor del parámetro poblacional del cual se efectúa el contraste

σ_{β_K} : Es el error que se comete al estimar el parámetro de regresión poblacional a través del coeficiente de regresión muestral

La prueba del coeficiente del parámetro individual en el modelo de regresión múltiple, viene dada como sigue:

Prueba unilateral

$$H_0 : \beta_i = 0$$

$$H_1 : \beta_i < 0 \text{ (o bien } H_1 : \beta_i > 0 \text{)}$$

Prueba bilateral

$$H_0 : \beta_i = 0$$

$$H_1 : \beta_i \neq 0$$

Medida estadística de prueba

$$t = \frac{\hat{\beta}_i}{s_{\beta_1}}$$

Región de rechazo:

$$t < - t_{\alpha} [n - (k + 1)]$$

o

$$t > t_{\alpha} [n - (k + 1)]$$

n = número de observaciones

k = número de parámetros beta en el modelo, excepto β_0

Medida estadística de prueba

$$t = \frac{\hat{\beta}_i}{s_{\beta_1}}$$

Región de rechazo:

$$t < - t_{\alpha/2} [n - (k + 1)]$$

o

$$t > t_{\alpha/2} [n - (k + 1)]$$

EJEMPLO 2.6

La Granja Avesur está ubicada en la Sabana de Bogotá y en ella se incuban, crían, levantan, reproducen y engordan pavos que son sacrificados y luego comercializados en la ciudad. Dentro de este proceso, uno de los aspectos más importantes y que reviste mayor control es el concerniente a la ceba y sacrificio de animales.

Por lo alto de la inversión y con el fin de maximizar ingresos e incrementar utilidades porque el producto es valuado comercialmente según el peso que tenga el pavo al momento de ser vendido, se desea conocer cuáles son las variables que más están incidiendo para establecer variaciones en el peso del animal y efectuar control sobre ellas, para garantizar un mayor ingreso y un producto más competitivo dentro del mercado.

Por la anterior razón se tomó una muestra de 20 pavos en las que se observaron las siguientes variables:

Peso canal (Y): Peso del animal sin vísceras, entendiendo por vísceras: cabeza, patas, molleja, intestino, plumas, sangre.

Peso inicial (X1): Peso del animal a las 10 semanas de nacido

Peso final (X2): Peso del animal a las 16 semanas, tiempo en el cual debe ser sacrificado

Tiempo al sacrificio (X3): Tiempo en minutos que tarda el animal desde que se decide sacrificar hasta que se sacrifica.

Merma sacrificio (X4): Peso que pierde el animal al sacrificio, calculado por la diferencia entre peso final y peso cuando se sacrifica.

El interés se centraliza en determinar un modelo de regresión lineal a través del cual se logre establecer las variables más significativas para establecer variaciones en el peso canal y su grado de significancia.

Los resultados de la muestra se observan en el siguiente cuadro:

Y1	X1	X2	X3	X4
6,34	5,65	8,31	18,08	0,28
6,90	5,71	9,03	14,42	0,35
7,05	6,42	9,23	22,74	0,36
6,80	6,63	8,91	16,78	0,33
6,98	5,40	9,14	20,94	0,34
7,46	6,33	9,77	19,02	0,35
6,70	5,69	8,78	16,43	0,33
6,09	4,72	7,97	15,32	0,32
5,80	6,56	7,60	20,65	0,29
6,69	5,83	8,76	11,76	0,38
7,17	6,04	9,40	20,00	0,36
5,63	6,30	7,37	17,14	0,29
6,60	5,64	8,64	15,93	0,32
6,68	5,65	8,75	19,30	0,30
7,33	5,73	9,60	16,39	0,40
7,78	5,50	10,20	22,12	0,42
5,45	5,70	7,13	20,97	0,31
6,42	5,44	8,42	18,78	0,28
6,43	6,08	8,42	14,52	0,33
6,53	5,40	8,56	19,72	0,33

Modelo planteado

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \hat{\beta}_2 x_2 + \dots + \hat{\beta}_4 x_4$$

Análisis de varianza para el modelo planteado

Fuente de variación	gl	Suma de cuadrados	Promedio de cuadrados	F	Valor crítico de F
Regresión	4	6,761209987	1,690302497	3,1187E+31	1,071E-231
Residuos	15	8,12978E-31	5,41985E-32		
Total	19	6,761209987			

En este cuadro se hace el análisis de la varianza, para lo cual las variaciones las divide en dos grupos a saber: variaciones explicadas por los modelos (regresión) y variaciones no explicadas por el modelo (residual), con lo cual se plantea la siguiente prueba de hipótesis:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_i \neq 0 \quad i = 1,2,3,4$$

En otras palabras:

Ho: El peso inicial, peso final, tiempo al sacrificio y merma a sacrificio, no son importantes para establecer variaciones en el peso canal

H1: Por lo menos una de las siguientes variables: Peso inicial, peso final, tiempo al sacrificio, merma a sacrificio, es importante para establecer variaciones en el peso canal.

Al calcular el estadístico F se obtiene que:

$$\frac{SCR/gl}{SCE/GL} = \frac{6,7612/4}{8,12978E - 31/15} =$$

$$\frac{1,6903}{5,41985E - 32} = 3,1187E + 31$$

$$P (F > Fc) = 1,071E-231 \approx 0.000$$

Se rechaza la hipótesis nula al 100%, es decir por lo menos una de las siguientes variables: El peso inicial, peso final, consumo en kilogramos, merma a sacrificio, es importante para establecer variaciones en el peso canal

Análisis secuencial

Como en la hipótesis alternativa se planteó que al menos una de las variables independientes es importante para el modelo, se debe determinar cuál o cuáles de ellas cumplen dicha característica. Para tal efecto, se hacen las pruebas para medir la significancia de cada uno de los parámetros establecidos en el modelo con el siguiente proceso.

Se determina la significancia de cada una de las variables iniciando por aquella que presente la probabilidad más cercana a uno, en este caso X1.

$H_0 : \beta_1 = 0$ El peso del animal a las 10 semanas de nacido no es importante para establecer variaciones en el peso de canal

$H_1 : \beta_1 \neq 0$ El peso del animal a las 10 semanas de nacido es importante para establecer variaciones en el peso de canal

$$t = \frac{\hat{\beta}_i}{s_{\beta_1}} = \frac{11,1556E - 17}{1,1585E - 16} = 0,09974201$$

$$P(T > t_0) = P(T > 0,09974201) = 0,92186$$

Tomando un nivel de confianza del 95%, se genera un nivel de significancia de 0,05. Como 0,92186 es mayor a 0,05 se acepta H_0 . Es decir, no hay evidencia suficiente para concluir que el peso del animal a las 10 semanas de nacido es importante para establecer variaciones en el peso de canal

	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>
Intercepciónn	-1,5221E-15	9,1151E-16	-1,66988928	0,11567113
X1	1,1556E-17	1,1585E-16	0,09974201	0,92186999
X2	0,76335878	1,1086E-16	6,8857E+15	3,615E-230
X3	8,867E-18	1,9215E-17	0,46146062	0,65108918
X4	4,0861E-15	2,2533E-15	1,81341468	0,0898233

Al aceptar H_0 en la hipótesis anterior, se está aceptando que $B1 = 0$, por lo tanto la variable X1 debe salir del modelo. Al hacer esto, se deben realizar nuevamente todos los cálculos y reiniciar el proceso aunque sin incluir la variable peso inicial. Es importante aclarar que este proceso se debe hacer en forma reiterada siempre que una variable sea removida en el análisis secuencial. El proceso concluye cuando todas las variables independientes del modelo sean significativas, caso en el cual se tiene el modelo totalmente definido y se procede a efectuar los análisis estadísticos que son procedentes.

Los paquetes estadísticos y el mismo Excel facilitan el proceso de análisis anterior. Como puede observarse en el cuadro anterior, aparece una columna titulada probabilidad y esta lo que hace es medir la significancia del parámetro en el modelo. Para efectos prácticos entre más cercano a cero esté el valor de la probabilidad más significativa es la variable, esta es la razón por la cual se toma la variable que presenta la probabilidad más cercana a uno, ya que ésta es la menos significativa y debe ser removida. Es importante tener en

cuenta que las variables se van retirando una por una y en ningún momento se debe quitar dos o más variables al mismo tiempo.

Al desarrollar el proceso anterior se llega a los siguientes resultados:

ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Gl</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	3	6,76120999	2,253736662	4,43258E+31	1,467E-247
Residuos	16	8,1352E-31	5,08448E-32		
Total	19	6,76120999			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>
Intercepciónn	-1,5206E-15	6,3521E-16	-2,39386949	0,029274161
X2	0,76335878	1,0737E-16	7,10992E+15	1,978E-245
X3	8,867E-18	1,847E-17	0,480064899	0,637678417
X4	4,0816E-15	2,182E-15	1,870566997	0,079811448

Sin necesidad de hacer las pruebas, es claro que con el valor crítico de F, se concluye que por lo menos una de las variables: peso final, consumo de alimentos, merma al sacrificio, es significativa para establecer variaciones en el modelo.

Al desarrollar el análisis secuencial se observa que la variable X3, tiempo al sacrificio, no es significativa para establecer variaciones en el peso canal. Por esta situación se inicia nuevamente todos los cálculos, lo que se procede a hacer enseguida.

ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico F</i>
Regresión	2	6,761209987	3,380604993	1,0208E+32	6,669E-265
Residuos	17	5,62993E-31	3,31172E-32		
Total	19	6,761209987			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>
Intercepción	-2,146E-15	4,66648E-16	-4,598799944	0,00025571
X2	0,76335878	8,45072E-17	9,03307E+15	3,09E-262
X4	3,7735E-15	1,72993E-15	2,181293995	0,04349386

$$H_0 : \beta_2 = \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_i \neq 0 \quad i = 2,4$$

En otras palabras:

Ho: El peso final, y merma a sacrificio, no son importantes para establecer variaciones en el peso canal

H1: Por lo menos una de las siguientes variables: Peso final, merma a sacrificio es importante para establecer variaciones en el peso canal

Al calcular el estadístico F se obtiene que:

$$\frac{SCR/gl}{SCE/GL} = 1,0208E + 32$$

$$P (F > Fc) = 6,669E-265 \approx 0.000$$

Se rechaza la hipótesis nula al 100%, es decir por lo menos una de las siguientes variables: Peso final, merma a sacrificio es importante para establecer variaciones en el peso canal

Análisis secuencial

Se determina la significancia de cada una de las variables iniciando por aquella que presente la probabilidad más cercana a uno, en este caso X4.

$H_0 : \beta_4 = 0$ La merma al sacrificio no es importante para establecer variaciones en el peso canal

$H_1 : \beta_4 \neq 0$ La merma al sacrificio no es importante para establecer variaciones en el peso canal

$$t = \frac{\hat{\beta}_i}{s\beta_1} = 2.181293$$

$$P(T > t_0) = P(T > 2,18129399) = 0,043493$$

Tomando un nivel del confianza del 95%, se genera un nivel de significancia de 0,05. Como 0,05 es mayor a 0,04349, se rechaza Ho. Es decir, la merma al sacrificio es importante para establecer variaciones en el peso de canal

$H_0 : \beta_2 = 0$ El peso final no es importante para establecer variaciones en el peso canal
 $H_1 : \beta_2 \neq 0$ El peso final es importante para establecer variaciones en el peso canal

$$t = \frac{\hat{\beta}_i}{s\beta_1} = 9.03307E + 15$$

$$P(T > t_0) = P(T > 9,03307E + 15) = 3,09E - 262$$

Tomando un nivel del confianza del 95%, se genera un nivel de significancia de 0,05. Como 0,05 es mayor a $3,09E - 262$, se rechaza H_0 . Es decir, el peso final es importante para establecer variaciones en el peso de canal.

Bajo la anterior situación el modelo definitivo viene dado por la siguiente expresión:

$$\hat{Y} = -2,146E - 15 + 0,7635X_2 + 3,773E - 15X_4$$

Resultados importantes para destacar, son los siguientes:

El peso a las 10 semanas no es importante para establecer variaciones en el peso canal. Este hecho es relevante ya que a las 10 semanas se define el destino que se le va a dar al pavo y con el resultado obtenido no se hace necesario determinar si se destina para engorde o no.

Con respecto al peso final y haciendo referencia al valor del beta, se concluye lo siguiente: cada kilo de peso final que tenga el pavo genera 0,7635 kilogramos de peso canal. En otras palabras para obtener un kilo de peso canal se necesita 1,31 kilogramos de peso final.

La merma al sacrificio es la pérdida de peso que tiene el animal desde su peso final hasta que éste es sacrificado. Es claro que este factor es significativo lo cual implica que debe controlarse y tratar de disminuir el lapso transcurrido entre estos tiempos a fin de mitigar la pérdida de peso.